



Concours d'entrée ingénieur généraliste et ingénieur informatique

Candidats des classes préparatoires aux grandes écoles inscrits au concours communs du SCEI

Annales 2024

Les épreuves de français, anglais, mathématiques sont communes.

L'épreuve de sciences physiques comprend deux exercices communs aux deux filières, et un exercice propre à chacune.

Le corrigé des épreuves figure en fin de ce recueil.

Concours d'entrée en Formation d'Ingénieurs

CESI
ÉCOLE D'INGÉNIEURS

MATHEMATIQUES

10 avril 2024

Durée : 3 heures

A LIRE ATTENTIVEMENT AVANT DE COMMENCER

L'épreuve de mathématiques est composée d'exercices à rédiger.

La composition s'effectue exclusivement sur les feuillets recto-verso mis à disposition. Utilisez bien les deux côtés du feuillet.

Nom :

Prénom :

Date : / /

Code :

Epreuve :

CESI
ÉCOLE D'INGÉNIEURS

Consigne pour l'identification :
Remplir soigneusement la zone d'identification en MAJUSCULES avec un stylo foncé.

Renseignez clairement le cartouche de chaque feuillet avec vos nom, prénom, code candidat, ainsi que la date du jour de l'épreuve.

Le nom de l'épreuve est « Mathématiques »

Remplissez systématiquement la case de pagination en numérotant vos pages dans l'ordre :

Page N° / Nb pages

- Numéro de page dans la partie supérieure gauche,
- Nombre total de pages dans la partie inférieure droite.

Le recto (côté du feuillet avec le cartouche) a un numéro de page impair, le verso (côté du feuillet sans cartouche) a un numéro de page pair.

Avant de rendre votre copie, rangez les différents feuillets dans l'ordre de pagination.

Dans le cas où vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez-le très lisiblement sur votre copie, proposez la correction et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Les énoncés et les brouillons seront ramassés à la fin des épreuves pour être détruits.

Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.

Bon courage !

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre.

1 Suites de probabilités (12 points)

Au sein d'une grande agglomération, le marché du fitness se répartit autour de trois salles de sport A, B et C. Leur ouverture est synchrone et chacune possède un tiers du marché. Rapidement les trois gérants décident de mettre sur le marché un nouveau type de forfait annuel. À la fin de l'année, l'évolution des parts de marché se fait de la façon suivante :

- les sportifs de la salle A se répartissent indifféremment entre A, B et C l'année suivante ;
- les sportifs de la salle B restent toujours fidèles à cette salle ;
- les sportifs de la salle C seront l'année suivante clients de la salle A avec une probabilité $\frac{2}{3}$, de B avec une probabilité $\frac{1}{3}$.

On note pour n dans \mathbb{N} , a_n , b_n et c_n les probabilités pour qu'à l'issue de la n -ième année, un sportif décide de s'abonner chez A, B ou C pour l'année suivante.

- 1.1. Déterminer une relation de récurrence de a_{n+1} (respectivement b_{n+1} puis c_{n+1}) en fonction de a_n , b_n et c_n . (3 pts)
- 1.2. Écrire la relation d'ordre 2 de récurrence linéaire pour chacune des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (2 pts)
On rappelle que si l'on écrit la relation de récurrence sous la forme $u_{n+2} + au_{n+1} + bu_n = 0$ alors l'équation caractéristique s'écrira : $r^2 + ar + b = 0$. Pour l'expression de u_n , trois cas de figure se présenteront en fonction du signe du discriminant.
- 1.3. En utilisant les équations caractéristiques associées à ces relations d'ordre 2, trouver les expressions explicites des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (2 pts)
- 1.4. En remarquant une relation entre $b_{n+1} - b_n$ et a_n , b_n déduire l'expression de b_n en fonction de n en utilisant la sommation de ces termes. (3 pts)
- 1.5. Déterminer la limite de ces suites et conclure sur l'évolution du marché du fitness dans l'agglomération. (2 pts)

2 Analyse (17 points)

On note I l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}]$.

Pour tout x dans I et k dans \mathbb{Z} , on pose : $f_k(x) = \frac{1}{x^{k-1}(\sin(x))^k}$.

Pour $k = 1$:

- 2.1. Déterminer les variations de f_1 sur I . (4 pts)
- 2.2. Montrer que f_1 réalise une bijection de I vers un intervalle à déterminer noté J . (3 pts)
- 2.3. Expliciter l'application réciproque de f_1 notée f_1^{-1} . (2 pts)

Pour $k = -1$:

- 2.4. Donner l'intégrale de f_{-1} sur I . (3 pts)
- 2.5. Déterminer la valeur de la limite de $\frac{x^5}{f_{-1}(x) - x^3}$ en 0 en utilisant un développement limité. (2 pt)

Pour x fixé valant $\frac{\pi}{2}$:

- 2.6. La série numérique $\sum_{k \geq 1} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$ converge-t-elle ?

Si oui donner la valeur de $\sum_{k=1}^{+\infty} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (3 pts)

3 Géométrie (10 points)

- 3.1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $iz^2 + (-1 - 3i)z - 6 + 6i = 0$. (3 pts)
- 3.2. En nommant z_1 et z_2 les solutions de l'équation ci-dessus, déterminer tous les complexes z tels que $|z - z_1| = |z - z_2|$ en interprétant géométriquement les résultats et en donnant l'expression du lieu géométrique. (2 pts)
- 3.3. Représenter sur votre copie, à main levée le domaine défini par : (3 pts)

$$D = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z| < 4, \arg(z) \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right] \right\}$$

- 3.4. Soient A, B et C trois points respectivement d'affixe $z_A = 1 + i$, $z_B = 3 + i$ et $z_C = |z_C|e^{i\theta}$. Sachant que ABC est un triangle rectangle isocèle en C, déterminer les valeurs possibles de $|z_C|$ et θ . (2 pts)

4 Algèbre (21 points)

Soit A une matrice définie par $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Concours d'entrée à CESI Ecole d'Ingénieurs

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée.

Sujet rédactionnel - 3h

page 3 sur 3

Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice canonique est A .

Partie A

- 4.1. Déterminer le noyau $\ker(f)$. (2 pts)
- 4.2. Déterminer le rang $rg(f)$. (2 pts)
- 4.3. Déterminer l'image $Im(f)$. (1 pt)
- 4.4. f est-elle un automorphisme ? (3 pts)
- 4.5. Déterminer si la matrice A est inversible. (1 pt)

Partie B

- 4.6. Déterminer le polynôme caractéristique de A . (2 pts)
- 4.7. Déterminer les valeurs propres de A . (2 pts)
- 4.8. Déterminer les sous-espaces propres de A . (2 pts)
- 4.9. En déduire que A est diagonalisable. (1 pt)
- 4.10. Diagonaliser A (en donnant une matrice de passage). (2 pts)
- 4.11. Déterminer les fonctions x , y et z vérifiant le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} x'(t) = -3x(t) + 2y(t) + 3z(t) \\ y'(t) = -2x(t) + y(t) + 3z(t) \\ z'(t) = -2x(t) + 2y(t) + 2z(t) \end{cases}$$

avec : $x(0) = 1$, $y(0) = 0$ et $z(0) = 1$. (3 pts)

..... FIN DU SUJET

À LIRE ATTENTIVEMENT AVANT DE COMMENCER

L'épreuve de Sciences Physiques pour l'Ingénieur dure 3 heures.
L'énoncé comporte 4 problèmes. Chaque candidat doit en réaliser 3, en fonction de la spécialité choisie à l'inscription.

Les candidats inscrits à la spécialité « **Généraliste** » (code candidat commençant par « G ») réaliseront :

- Le problème I : Athlétisme et physique
- Le problème II : Moteur asynchrone
- Le problème IIIa : Ondes ultrasonores

Les candidats inscrits à la spécialité « **Informatique** » (code candidat commençant par « I ») réaliseront :

- Le problème I : Athlétisme et physique
- Le problème II : Moteur asynchrone
- Le problème IIIb : Informatique à l'hôpital

T.S.V.P.

La composition s'effectue exclusivement sur les feuillets recto-verso mis à disposition. Utilisez bien les deux côtés du feuillet.

Nom :

Prénom :

Date : / /

Code :

Epreuve :

CEST
ÉCOLE D'INGÉNIEURS

Consigne pour l'identification :
Remplir soigneusement la zone d'identification en MAJUSCULES avec un style foncé.

Renseignez clairement le cartouche de chaque feuillet avec vos nom, prénom, code candidat, ainsi que la date du jour de l'épreuve.

Le nom de l'épreuve est « Mathématiques »

Remplissez systématiquement la case de pagination en numérotant vos pages dans l'ordre :

Page N° / Nb pages

- Numéro de page dans la partie supérieure gauche,
- Nombre total de pages dans la partie inférieure droite.

Le recto (côté du feuillet avec le cartouche) a un numéro de page impair, le verso (côté du feuillet sans cartouche) a un numéro de page pair.

Avant de rendre votre copie, rangez les différents feuillets dans l'ordre de pagination.

Dans le cas où vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez-le très lisiblement sur votre copie, proposez la correction et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Les énoncés et les brouillons seront ramassés à la fin des épreuves pour être détruits.

Bon courage !

Epreuve de physique et d'informatique

Durée : 3H00

Calculatrice non graphique autorisée

CONSIGNES ET AVERTISSEMENTS :

- Ecrivez au **stylo à bille bleu ou noir** (PAS d'encre effaçable)
- N'utilisez pas de correcteur blanc, mais rayez proprement
- Ecrivez *lisiblement*, avec une taille de caractères raisonnable
- Numérotez vos copies
- Ne rendez pas l'énoncé
- Respectez la numérotation des questions
- Faites les problèmes et les questions des problèmes dans l'**ordre**
- Laissez des espaces pour les questions non traitées
- **Encadrez** vos résultats

Le respect rigoureux de ces consignes sera pris en compte (environ 3 % de la note finale).

Ce sujet comporte 3 problèmes indépendants, chacun de durée approximative 1h00 et comptant pour environ 30 % dans la notation finale.

Attention, le problème III est différent pour les candidats de la filière générale et ceux de la filière informatique.

Problème I - Athlétisme et physique

On peut analyser les performances obtenues en athlétisme grâce à la physique. En particulier, pour les courses de vitesse et les sauts, les muscles situés devant les cuisses, appelés quadriceps, jouent un rôle essentiel.

Tous les mouvements sont étudiés par rapport au référentiel terrestre galiléen. On fournit les valeurs numériques utiles :

- Accélération locale de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
 - Energie moyenne délivrée par les quadriceps d'une jambe : 500 J
 - Masse moyenne d'un sprinteur ou d'un sauteur masculin : 80 kg
 - Masse d'un marteau (lancer masculin) : 7,2 kg
1. Une formule obtenue en biomécanique indique que l'énergie cinétique d'une jambe est égale au sixième du produit de sa masse par le carré de la vitesse du coureur.
 - (a) Sachant que la masse d'une jambe représente 20 % de la masse corporelle, en déduire la valeur numérique de la vitesse du coureur, en m/s.
 - (b) Comparer avec la vitesse de pointe d'Usain Bolt à 43 km/h.
 - (c) Commenter.

Pour les deux questions suivantes, on suppose qu'un sauteur atteint la vitesse de 10 m/s juste avant le début de son saut.

2. On s'intéresse au saut à la perche. Calculer la hauteur maximale par rapport au sol que le centre de gravité d'un perchiste peut atteindre. On suppose que la perche a une masse négligeable et que le centre de gravité du perchiste est initialement à 1,0 m du sol.
3. On s'intéresse au saut en longueur. A l'aide d'une analyse dimensionnelle, en supposant que la longueur δ du saut ne dépend que de la vitesse V du sauteur et de l'accélération de la pesanteur g , établir une relation exprimant δ (à un facteur sans dimension près, pris égal à 1). Faire l'application numérique (A.N.).

On s'intéresse maintenant au lancer du poids, afin de déterminer l'angle de lancement optimal garantissant la plus grande portée. On suppose que le poids, assimilé à un point matériel de masse m_p , est lancé à une hauteur h_0 par rapport au sol, avec une vitesse initiale de norme v_0 , faisant un angle α avec l'horizontale. On suppose également que le mouvement s'effectue sans frottement dans un plan orienté par un repère (O, x, z) , l'axe x est horizontal, l'axe z est vertical ascendant et l'origine O est situé au sol, sur la verticale passant par le point de lancement du poids.

4. Etablir les équations différentielles vérifiées par les coordonnées $x(t)$ et $z(t)$ du poids. Préciser les conditions initiales $x(t=0)$, $z(t=0)$, $\dot{x}(t=0)$ et $\dot{z}(t=0)$.
5. Déterminer les expressions complètes de $x(t)$ et $z(t)$.
6. En déduire l'équation $z(x)$ de la trajectoire. Quelle est la forme géométrique de cette courbe ?
7. En déduire la portée L du lancer, en fonction de v_0 , g , h_0 et α .

On s'intéresse maintenant au lancer du marteau. Ce projectile est constitué d'un poids, de masse m , auquel est attaché un câble métallique avec une poignée (cf figure 1). Cette étude prend en compte la force de frottement avec l'air.



FIGURE 1 – Lanceur de marteau débutant son lancer (source : AFP).

8. Dans la phase finale du lancer, le lanceur effectue 3 rotations par seconde sur lui-même. La distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du marteau est de 1,3 m. A quelle vitesse (en m/s) est lâché le marteau ?
9. On suppose que la force de frottement avec l'air s'écrit $-k\vec{v}$. Etablir l'équation vérifiée par le vecteur vitesse \vec{v} du marteau. Quelle est la vitesse limite \vec{v}_{lim} théoriquement atteinte.
10. On suppose désormais que la force de frottement est quadratique avec la vitesse (le coefficient de proportionnalité étant noté K). On résout numériquement les équations du mouvement par la méthode d'Euler, à l'aide du programme suivant, écrit en Python 3. Ecrivez les 4 lignes où il manque du code :

```

from math import sin, cos, pi, sqrt

m = 7.2 # masse (kg)
K = 0.05 # coeff de frottement
g = 9.8 # accél de pesanteur (m2/s)
v0 = 30.0 # vitesse initiale (m/s)
h0 = 1.7 # hauteur initiale de lancer (m)
alpha_deg = 40.0 # angle de lancer (°)

dt = 1e-2 # pas de tps pour Euler (s)

t = [0.]
x = [0.]
z = [h0]
vx = [v0*cos(alpha_deg*pi/180.)]
vz = [v0*sin(alpha_deg*pi/180.)]

while z[-1] > 0. :
    v_norme = sqrt(vx[-1]**2 + vz[-1]**2)
    Fx = -K*v_norme * vx[-1]
    Fz = -K*v_norme * vz[-1]
    t.append(t[-1] + dt)
    vx.append(...) # ligne 1 à compléter
    vz.append(...) # ligne 2 à compléter
    x.append(...) # ligne 3 à compléter
    z.append(...) # ligne 4 à compléter

```


Problème II - Moteur asynchrone

Parmi les types de moteurs électriques, le moteur asynchrone se distingue par la simplicité de son rotor et son coût réduit. Il est notamment utilisé en traction ferroviaire (TGV Dasie, Eurostar MTST) et comme moteur de certaines voitures électriques (Tesla Roadster). On étudie ici le principe de fonctionnement de ce moteur et ses caractéristiques.

Le stator est la partie fixe du moteur. Son rôle est de créer un champ magnétique de norme constante, tournant à une vitesse angulaire contrôlable. Il est essentiellement constitué de bobines, judicieusement placées et orientées, parcourues par un courant alternatif sinusoïdal.

11. Une bobine du stator est modélisée par un solénoïde infini, d'axe Oz , de rayon R , ayant n spires par unité de longueur, parcouru par un courant I supposé constant (figure 2 à gauche). On admet que le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde. En se plaçant dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , étudier les symétries et invariances pour le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en tout point M situé à l'intérieur du solénoïde.

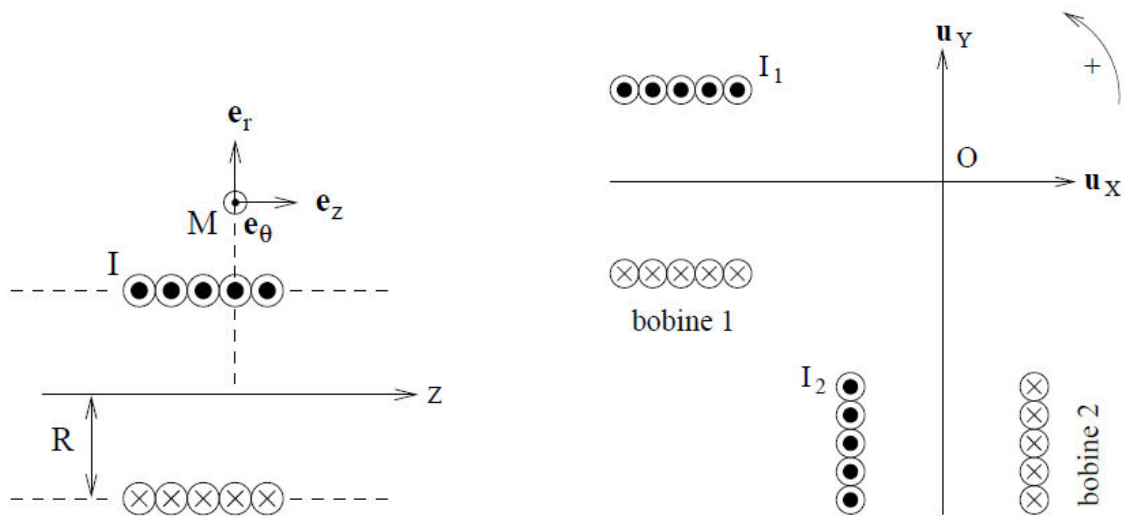


FIGURE 2 – A gauche : Solénoïde infini. A droite : Modélisation du stator.

12. Etablir que le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde s'écrit :

$$\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{e}_z$$

13. On admet qu'une bobine de longueur finie génère le long de son axe un champ magnétique ayant la même expression qu'à la question 12, y compris pour les points de l'axe situés à l'extérieur de la bobine. On suppose valide l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS). On dispose deux bobines identiques à angle droit (figure 2 à droite), alimentées par des courants alternatifs sinusoïdaux avec :

$$I_1(t) = I_0 \cos(\omega t) \text{ et } I_2(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

Montrer que le champ magnétique total en O est un champ magnétique tournant, de norme B_0 à préciser, avec une vitesse angulaire Ω_B et un sens de rotation à déterminer. Indication : Travailler en coordonnées polaires.

Le rotor est la partie mobile du moteur. Dans un moteur asynchrone, il est constitué soit de bobinages reliés pour former un circuit électrique fermé, soit d'une structure cylindrique appelée cage d'écureuil. Dans cette étude, on modélise le rotor par une unique spire conductrice carrée de côté a , de résistance électrique R_e , capable de tourner sans frottement autour d'un axe OZ (cf figure 3); on notera Ω_m sa vitesse angulaire. L'action de la pesanteur est négligée. On applique dans tout l'espace un champ magnétique de norme constante, perpendiculaire à l'axe OZ , tournant avec une vitesse angulaire Ω_B constante, dans le sens $+$. A l'instant initial, le champ magnétique est selon \vec{u}_X et le rotor est immobile dans le plan OXZ . On rappelle enfin que le couple exercé sur un dipôle magnétique, de moment dipolaire \vec{m} , soumis à un champ magnétique \vec{B} , vaut $\vec{m} \wedge \vec{B}$.

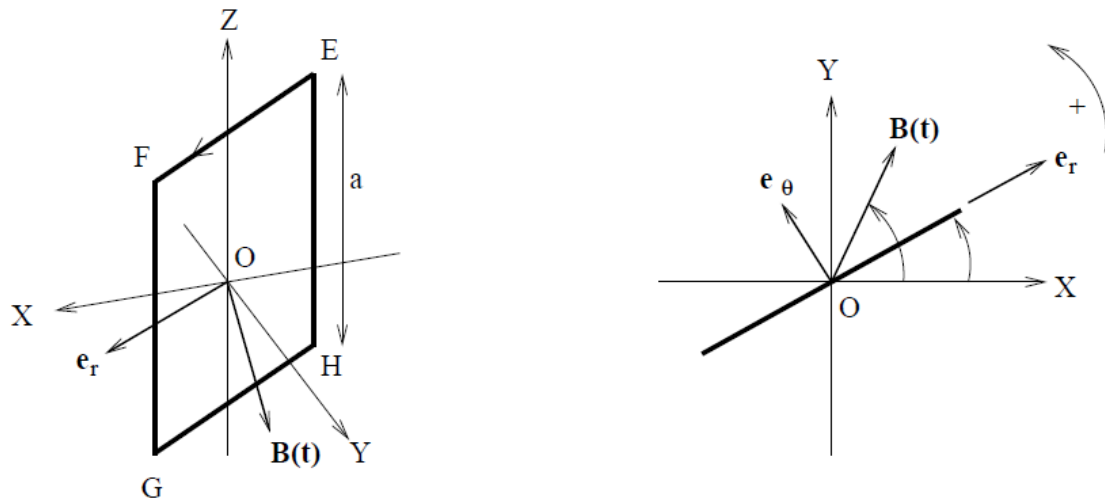


FIGURE 3 – A gauche : Vue en perspective du rotor. A droite : Vue de dessus du rotor.

14. Expliquer qualitativement, mais rigoureusement, ce qui va se passer.
15. Calculer l'intensité du courant qui circule dans la spire, en fonction de R_e , a , B_0 , Ω_B et Ω_m . La convention d'orientation est précisée sur la figure 3 à gauche.
16. En déduire que le couple moteur moyen Γ_m par rapport à l'axe OZ , s'exerçant sur le rotor, vaut :

$$\Gamma_m = \frac{a^4 B_0^2}{2R_e} (\Omega_B - \Omega_m)$$

17. On suppose que le rotor est également soumis à un couple résistant (associé au système mécanique qu'il met en rotation) $-\Gamma_r$ (avec $\Gamma_r > 0$). Etablir la condition qui permet au moteur de démarrer.
18. Pour une valeur donnée de Γ_r , compatible avec un fonctionnement moteur, discuter de la stabilité du point de fonctionnement.
19. Discuter du cas $\Omega_B < \Omega_m$ et de son éventuel intérêt pratique.
20. En réalité, il faut aussi prendre en compte l'inductance propre du rotor. Le couple moteur varie alors en fonction de la vitesse angulaire Ω_m du rotor selon la courbe représentée sur la figure 4. Commenter (démarrage, modes de fonctionnement, stabilité des points de fonctionnement).

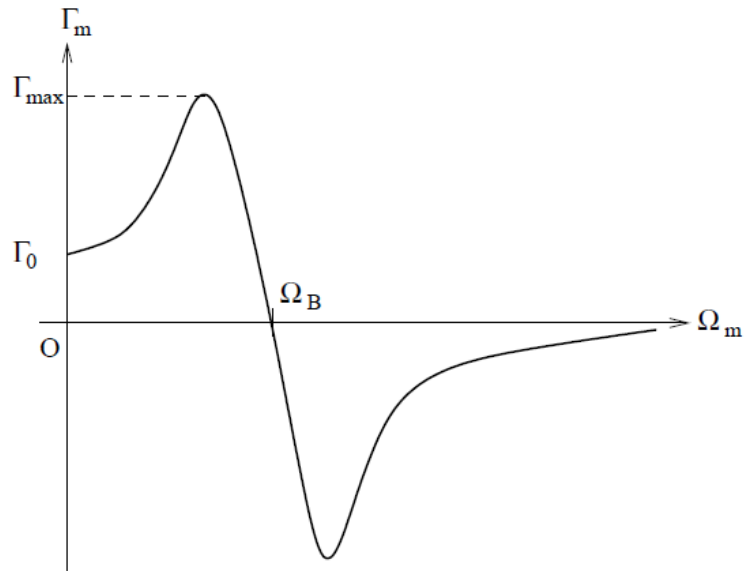


FIGURE 4 – Evolution du couple moteur en fonction de la vitesse angulaire du rotor.

Problème IIIa - Ondes ultrasonores

ATTENTION, seuls les candidats de la filière générale doivent traiter ce problème.

On veut mettre en oeuvre des transducteurs (émetteurs/récepteurs) à ultrasons pour effectuer des mesures. La première étape consiste à réaliser un générateur de tension alternative sinusoïdale de fréquence $f_0 = 40$ kHz. Pour cela, on dispose d'un montage à Amplificateur Linéaire Intégré (ALI), et d'un circuit appelé pont de Wien, représentés figure 5. L'ALI est supposé idéal. Les courants arrivant aux entrées + et - sont toujours nuls. On rappelle qu'en fonctionnement linéaire, la différence de potentiel entre l'entrée + et l'entrée -, notée ε , est nulle, et qu'en fonctionnement saturé, $V_s = \text{signe}(\varepsilon) \times V_{sat}$, où $\text{signe}(\varepsilon)$ vaut +1 si $\varepsilon > 0$ et -1 si $\varepsilon < 0$.

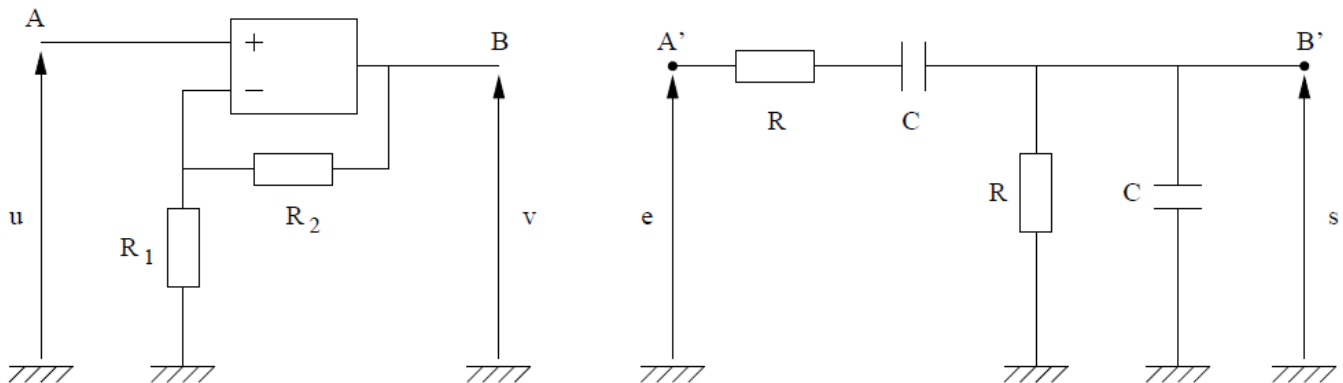


FIGURE 5 – A gauche, montage à ALI. A droite, pont de Wien.

21. Après avoir justifié le fonctionnement de l'ALI pour le montage de gauche de la figure 5, établir la relation entre $v(t)$ et $u(t)$.
22. Etablir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ du pont de Wien et l'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{\varepsilon} = \frac{1}{\alpha + j\beta + \frac{1}{j\beta}}$$

et expliciter α et β en fonction de ω , R et C .

23. On relie B à A' et B' à A . Montrer que $s(t)$ vérifie l'équation :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{2 - \frac{R_2}{R_1}}{RC} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{R^2C^2}s = 0$$

A quelles conditions portant sur R , C , R_1 et R_2 a-t-on réalisé le générateur souhaité ?

On étudie la propagation d'ondes ultrasonores dans l'air. On suppose le problème unidimensionnel dans la direction x de l'espace. Les ondes ultrasonores sont décrites à l'aide d'un champ de pression $p(x, t)$ et d'un champ de vitesse $\vec{v} = v(x, t)\vec{u}_x$, vérifiant les équations :

$$\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{et} \quad \chi_s \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

avec μ_0 et χ_s des constantes dépendant de l'air.

24. Etablir l'équation vérifiée par $p(x, t)$ seul. Nommer cette célèbre équation et identifier la célérité c des ondes ultrasonores.

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 2,9 \cdot 10^{-2}$ kg.mol⁻¹. Le rapport γ de la capacité thermique molaire à pression constante sur la capacité thermique molaire à volume constant vaut 1,4. La constante des gaz parfait R vaut 8,3 J.mol⁻¹.K⁻¹. La température de l'air vaut 293 K et sa pression vaut 1,010⁵ Pa. Au passage de l'onde ultrasonore, l'air subit une transformation adiabatique réversible.

25. Déterminer l'expression de la masse volumique μ_0 de l'air en fonction des données. Faire l'A.N.
26. Déterminer, en fonction de P et de γ , l'expression du coefficient de compressibilité isentropique χ_s défini par :

$$\chi_s = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_S$$

la notation $|_S$ indiquant que l'entropie reste constante. Faire l'A.N.

27. En déduire la valeur numérique de c .
28. Proposer un protocole expérimental pour mesurer la célérité des ondes ultrasonores, mettant en jeu deux transducteurs à ultrasons, une règle graduée, un générateur de tension alternative sinusoïdale (réglé sur 40 kHz) et un oscilloscope numérique à deux voies.

On souhaite mesurer une distance d entre un robot et un obstacle (pouvant réfléchir les ultrasons). Le robot est muni de deux transducteurs, l'un servant d'émetteur (noté E) et l'autre servant de récepteur (noté R), orientés vers une même direction, dans le même sens. L'émetteur est alimenté par un générateur de fonctions délivrant un train de sinusoïdes.

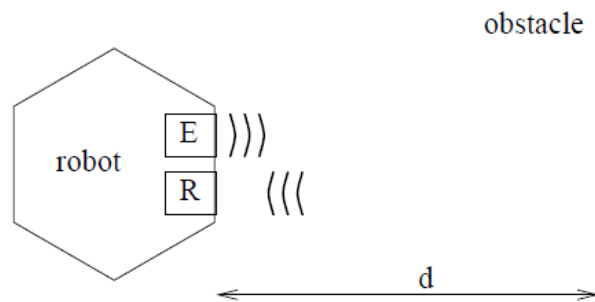


FIGURE 6 – Schéma du robot face à l'obstacle.

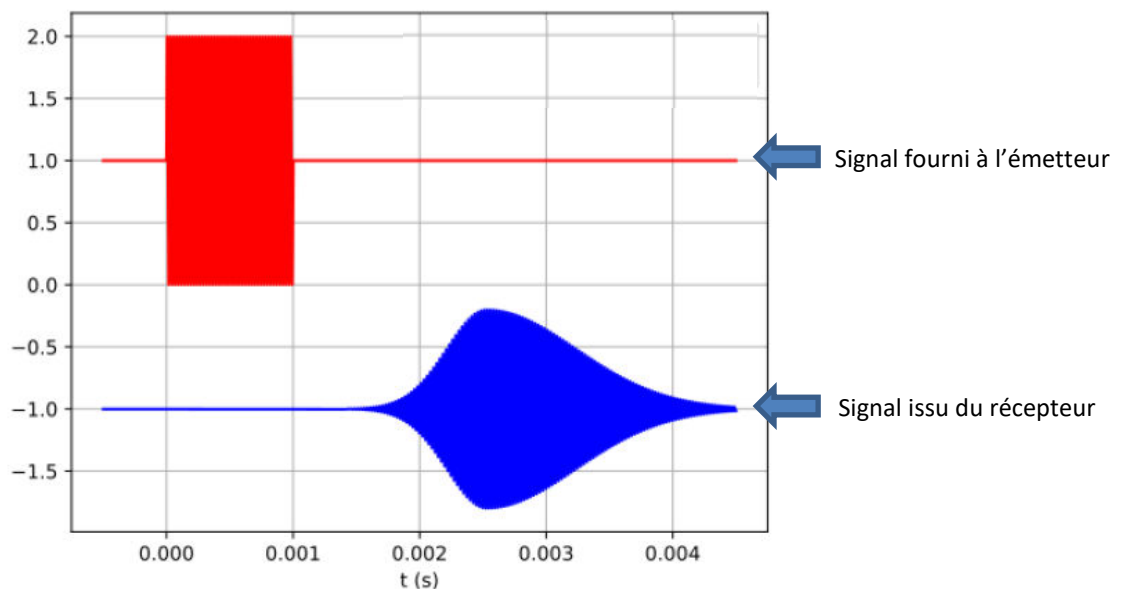


FIGURE 7 – Oscillogrammes représentant le signal transmis à l'émetteur (en haut) et le signal issu du récepteur (en bas).

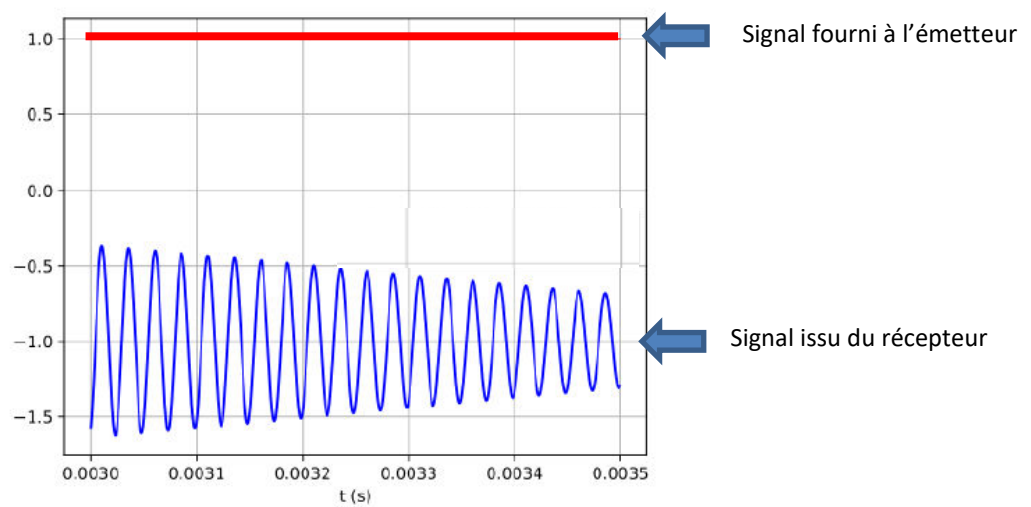
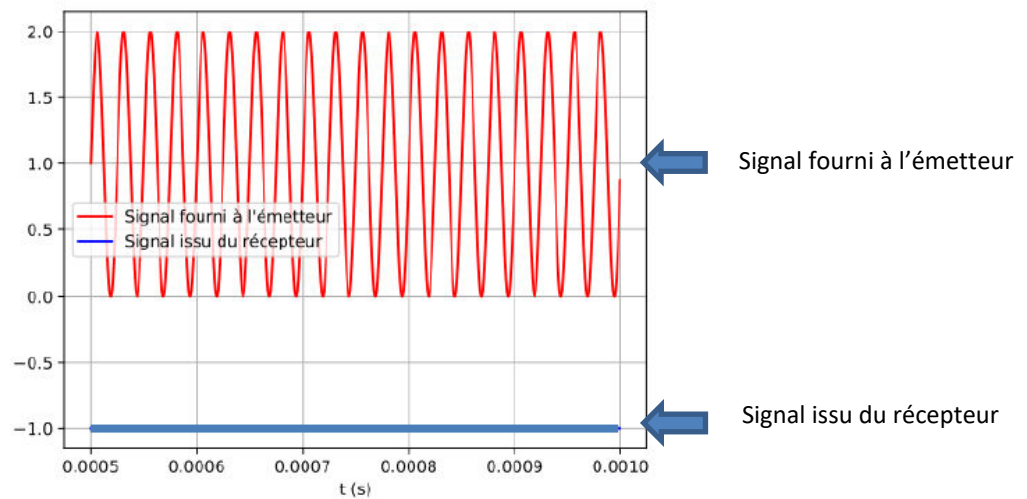


FIGURE 8 – Zooms sur les oscillogrammes.

29. En analysant les oscillogrammes, déterminer la valeur numérique de d . Inutile d'évaluer les incertitudes de mesure.
30. Proposer au moins deux hypothèses pour justifier la déformation du signal reçu, par rapport au signal émis.

Problème IIIb - Informatique à l'hôpital

ATTENTION, seuls les candidats de la filière informatique doivent traiter ce problème.

Tous les programmes et fonctions demandés doivent être écrits en **Python 3**. Il est inutile de commenter les programmes ou les fonctions que vous concevez. Sur les exemples présentés, le symbole `>>>` désigne l'invite de commande de l'interpréteur Python. Enfin, cet énoncé précise les annotations de type pour les fonctions à concevoir. Par exemple :

```
ma_fonction(a: int, LL: list, test: bool) -> dict
```

indique que le paramètre `a` est de type entier, `LL` est de type liste, `test` est de type booléen et que la fonction `ma_fonction` renvoie un dictionnaire. Cependant, sur votre copie, vous n'écrirez pas ces annotations, mais juste `ma_fonction(a, LL, test)`.

31. Un numéro de sécurité sociale (NSS) est formé de 15 chiffres décimaux : les 13 premiers donnent des informations sur le sexe, la date de naissance, ... alors que les 2 derniers chiffres constituent une clé de contrôle, permettant de confirmer la validité du NSS (et d'éviter notamment des erreurs de recopie). La clé de contrôle se calcule comme la soustraction entre 97 et le reste de la division entière (modulo) par 97 du nombre formé par les 13 premiers chiffres. Ecrire une fonction `est_valide(numero: str) -> bool`, qui prend comme paramètre une chaîne de caractères constitué de 15 chiffres décimaux et qui renvoie un booléen indiquant si le NSS est valide. On rappelle que l'opérateur *modulo* est le symbole `%` en Python et que la fonction `int()` permet de convertir une chaîne de caractères constituée de valeurs numériques en l'entier correspondant. On rappelle aussi le procédé de slicing, applicable sur n'importe quelle séquence. Exemples :

```
>>> 19%5 # reste de la division de 19 par 5
4
>>> int("321")
321
>>> est_valide("105016400132142")
False
>>> est_valide("212122725463922")
True
>>> "bonjour"[1:5:2] # slicing
"oj"
```

32. La gestion des patients arrivant aux urgences est un problème important. Dans l'approche la plus simple, l'idée est que le premier patient qui arrive est traité en premier. Le type abstrait correspondant en informatique s'appelle une file. On va implémenter ce type à l'aide de listes Python. Par convention, le premier élément de la liste correspond au NSS du 1er patient arrivé (et qui sera donc pris en charge en premier). Ecrire 3 fonctions :

- `est_vide(file_d_attente: list) -> bool` qui renvoie un booléen indiquant si la file d'attente est vide ou pas,
- `nouvel_arrivant(file_d_attente: list, NSS: str) -> None` qui ajoute à la file d'attente le numéro de sécurité sociale d'un nouveau patient qui arrive aux urgences,
- `prise_en_charge(file_d_attente: list) -> str` qui retire de la file d'attente le NSS du patient arrivé en premier, et qui renvoie ce NSS.

On rappelle que la commande `pop(i)` appliqué à une liste `L`, écrit comme `L.pop(i)` retire l'élément d'indice `i` de la liste `L` et le renvoie.

33. La gestion précédente n'est pas satisfaisante car certains patients, dont la vie est en danger, devraient être prioritaires devant ceux qui ont des symptômes bénins. C'est pourquoi on va définir un score de priorité pour chaque patient arrivant, qui est un nombre entier d'autant plus élevé que l'exige l'état du patient et sa prise en charge rapide. On propose la formule suivante :

```
score = score_gravité + score_age
```

où `score_gravité` vaut 25 si l'état du patient est grave et que sa vie est en danger, 10 si l'état du patient est grave mais qu'il n'est pas immédiatement en danger de mort, 0 sinon, et où `score_age` vaut 5 si le patient a 6 ans ou moins ou bien 70 ans ou plus, et 0 sinon. De plus, pour tenir compte de l'attente qui peut se prolonger pour certains patients, les scores de tous les patients dans la file seront augmentés de 1, chaque fois qu'un nouveau patient arrive (celui-ci ne bénéficie pas de cette augmentation). La file d'attente est maintenant remplacée par une file dite de priorité, implémentée sous la forme d'une liste, où chaque élément est une liste de 2 éléments (un NSS et un score) représentant un patient ; cette liste est ordonnée selon les valeurs décroissantes de score des patients. Il n'y a pas de priorité particulière entre des patients qui ont le même score. Par exemple :

```
>>> file_de_priorité
[["129...", 31], ["122...", 18], ["287...", 18], ["131...", 5]]
```

Ecrire une fonction :

```
insere_nouveau_patient(NSS: str,
                        score_gravité: int,
                        age: int,
                        file_de_priorité: list) -> None
```

qui a pour but d'actualiser une file de priorité lorsqu'un nouveau patient arrive, caractérisé par son NSS, son score de gravité et son âge. On rappelle que la commande `insert(i, e)` appliqué à une liste `L`, écrit comme `L.insert(i, e)`, avec `i` compris entre 0 et `len(L)-1` insère dans la liste `L` l'élément `e` à la position d'indice `i` (ou l'ajoute si `i = len(L)`).

Un autre problème qui se pose est la répartition des patients dans les chambres d'un hôpital. On suppose que l'hôpital admet un rez-de-chaussée et 4 étages. Chaque niveau admet 10 chambres ; chaque chambre peut accueillir 0, 1 ou 2 patients. On modélise cette structure à l'aide d'une liste `H` de `N=5` éléments, chaque élément étant lui-même une liste de `P=10` entiers (dont les valeurs sont 0, 1 ou 2). Par convention, `H[0]` désigne le rez-de-chaussée et `H[1][0]` indique le nombre de patients dans la chambre n°0 de l'étage n°1. Les variables `N` et `P` sont des variables globales.

34. Ecrire un programme Python qui crée la liste `H`, représentant l'hôpital avec aucun patient dedans.
35. On suppose qu'il y a `Q` patients (avec `Q` compris entre 0 et `NxPx2`) et on veut les placer, dans un hôpital initialement vide de patients, de manière progressive, en remplissant intégralement les étages inférieurs en priorité. De plus, chaque étage doit être remplis de façon à ce que les chambres de plus petit numéro soient complètement occupées. Ecrire une fonction Python :

```
repartit_les_patients(H: list, Q: int) -> None
```

qui modifie la liste `H` pour effectuer cette répartition. Exemple :

```
>>> repartit_les_patients(H, 67)
>>> H
[[2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2],
 [2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2],
 [2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2],
 [2, 2, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]
```


36. On préfère séparer le plus possible les patients pour limiter les infections. Dans un hôpital toujours initialement vide de patients, l'idée est de répartir les patients si possible 1 par chambre, dans des étages si possibles différents. On ne se préoccupe pas d'autres distanciations et on continue de remplir les chambres d'un étage selon l'ordre croissant de leur numéro et les étages selon l'ordre croissant de leur numéro. Ecrire une fonction Python :

```
repartit_mieux_les_patients(H: list, Q: int) -> None
```

qui modifie la liste H pour effectuer cette répartition. Exemple :

```
>>> repartit_mieux_les_patients(H, 67)
>>> H
[[2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
 [2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
 [2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
 [2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
 [2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]]
```

On s'intéresse enfin à une base de données relationnelle de l'hôpital, rassemblant des informations sur les patients et les médecins. La base comprend 4 tables, dont les schémas relationnels sont :

- PATIENT : NSS (int), NomPatient (str), Age (int)
- SERVICE : IdService (int), Denomination (str), Etage (int)
- MEDECIN : IdMedecin, NomMedecin (str), IdServ # (int)
- PRISEENCHARGE : IdPEC (int), NSSPat # (int), IdMed # (int)

Les attributs soulignés désignent des clés primaires et les attributs suivis du symbole # désignent des clés étrangères (dont les noms sont suffisamment implicites pour éviter toute ambiguïté). Noter que le NSS d'un patient est désormais défini comme un entier (et non pas comme une chaîne de caractères). Ci-après sont affichées les 4 premières lignes de chaque table.

PATIENT			SERVICE		
NSS	NomPatient	Age	IdService	Denomination	Etage
1234	Dupont	30	1	Neurologie	2
2251	Albert	74	2	Chirurgie	2
1458	Joe	60	3	Ophthalmologie	1
2111	Farah	23	4	Urgences	0

MEDECIN			PRISEENCHARGE		
IdMedecin	NomMedecin	IdServ	IdPEC	NSSPat	IdMed
1	Starck	1	1	1234	1
2	Bernard	1	2	2251	4
3	Abdoul	2	3	1458	3
4	Bernstein	4	4	2111	3

On indique ci-après les commandes SQL autorisées (à l'exclusion de toute autre) : SELECT, DISTINCT, WHERE, JOIN ... ON ..., ORDER BY, DESC, GROUP BY, HAVING et les fonctions d'agrégation : MIN(), MAX() et COUNT().

37. Ecrire une requête SQL qui affiche le nom des patients, écrit dans l'ordre croissant de leur âge.
38. Ecrire une requête SQL qui affiche le nom des médecins travaillant à l'étage 2.
39. Ecrire une requête qui indique l'étage dans lequel est situé la chambre du patient se nommant "Dupont"
40. Ecrire une requête SQL qui affiche le nom et la spécialité du (ou des) médecin qui prend en charge au moins 2 patients.

Concours d'entrée en Formation d'Ingénieurs

CESI
ÉCOLE D'INGÉNIEURS

ÉPREUVE DE FRANÇAIS

11 avril 2024 – version A

Durée : 45 minutes

Cette épreuve comporte 40 questions. Elle débute par un texte, auquel sont reliées les questions 1 à 15, portant sur la compréhension de ce texte.

Les questions 16 à 40 sont des questions générales de vocabulaire, orthographe, grammaire et syntaxe, sans rapport avec le texte.

Suivez les consignes générales pour remplir la grille réponse. L'énoncé sera ramassé avec la grille réponse.

Comment Internet peut nous rendre (plus) intelligents

par Alexandre GEFEN (Article paru dans l'hebdomadaire Marianne, le 29 août 2014)

Pour nombre d'entre nous, Internet est devenu bien plus qu'un média ou un dispositif technique de communications : c'est l'interface par laquelle passe l'essentiel de notre rapport au monde et, avec l'avènement des smartphones et autres objets connectés, une sorte de prothèse : Internet s'est immiscé non seulement dans nos façons de travailler, mais aussi dans nos façons de rire, de nous disputer et de rêver. Notre sensibilité, notre temps, notre intelligence sont sous son influence, au point de relativiser l'importance pour notre civilisation de l'imprimerie, simple « parenthèse Gutenberg » pour reprendre la formule de Thomas Pettitt.

Plutôt que de se demander si Internet va créer des générations d'illettrés inaptes à faire la différence entre monde réel et monde virtuel, ou si au contraire le réseau nous promet une humanité augmentée, posthumaine, immortelle et pacifiée (fragiles spéculations sur la manière dont le numérique pourrait modifier nos organisations sociales), demandons-nous d'abord comment Internet nous rend, aujourd'hui, plus intelligents.

Internet doit son invention à la mise en réseau d'universités à des finalités de recherche, projet aussi ancien que le rêve humaniste d'une république des savoirs. De fait, Internet est au cœur de toutes les entreprises scientifiques contemporaines. L'accélération exponentielle des découvertes en médecine est, par exemple, indissociable d'un savoir scientifique mondialisé, structuré et ouvert par Internet. Un savoir qui ne ressemble en rien à cet espace d'accumulation d'informations incontrôlées décrit par de mauvaises caricatures. Il en va de même pour le savoir encyclopédique offert à l'honnête homme par Wikipédia : qui aurait pu rêver, avant Internet, d'une encyclopédie gratuite et accessible partout, si grande qu'elle occuperait 68 étagères si elle devait être imprimée ? Certes perfectible, mais au moins aussi fiable que les grandes encyclopédies traditionnelles sur les articles décisifs, comme l'ont montré de nombreuses études, Wikipédia est un triomphe de l'intelligence humaine et de la pluralité linguistique.

La quantité des informations disponible sur Internet nous expose au risque de ce que l'on appelle « l'infobésité », mais elle nous enrichit d'une attention à la richesse et à la diversité du monde, nous ouvre la porte sur d'autres modes d'existence, qu'Internet nous rend, si ce n'est compréhensible et appropriables, du moins accessibles.

« La lecture des journaux est la prière du matin de l'homme moderne », disait Hegel. Ce qui est vrai pour le savoir se vérifie aussi pour la discussion et le débat public, qui s'étend et se mondialise à l'infini sur les forums, les blogs et les réseaux. Internet est l'espace de dissidents, de lanceurs d'alerte, un moyen d'organisation des communautés qui peut favoriser des prises de conscience collectives. Que cette hyperdémocratie mondialisée réussisse ou non à nous conduire à une fin heureuse de l'histoire, le réseau des réseaux induit une prise de conscience du principe démocratique d'égalité a priori des goûts et des jugements, dans toute sa violence et sa radicalité. Espace agnostique et sans contrôle centralisé, où une page ne vaut grâce à Google que le nombre de liens qui pointent vers elle, ouvert aux dérives et aux paranoïas, Internet est aussi un lieu d'autosurveillance et d'autorégulation de la démocratie, parfois très local ou très concret. Blogs de commentateurs éclairés, journaux en ligne liés ou non à des publications papier, ces agoras numériques offrent une forme d'existence aux opinions minoritaires, mais revalorisent avant tout le pouvoir de la langue écrite et le rôle des modérateurs et des modérés.

Organisés en réseaux décentralisés et délocalisés, les individus connectés développent une intelligence collective, dont la première dimension est celle de la gestion des masses de savoirs. C'est ensuite de développer des moyens efficaces d'agrégation et d'accumulation du savoir, autorisant des actions collectives, avec, à l'horizon, non le rêve d'une autonomie monstrueuses des machines, mais plutôt d'une intelligence collective. La curiosité universelle favorisée par Internet se prolonge donc par la production d'outils collaboratifs de médiation et d'appropriation des connaissances, partie immergée de ce qui serait autrement une somme immaîtrisable d'informations, puisque l'on considère que le web mondial est aujourd'hui riche de 1000 milliards de pages, soit trois fois plus que le nombre d'étoiles de notre galaxie.

On pourrait aller plus loin, et affirmer, avec Michel Serres, que la numérisation de notre mémoire nous permettra d'économiser notre capacité cérébrale en évitant de nous souvenir de données inutiles. Par ce processus d'« externalisation » cérébrale, commencé avec le livre, notre recours à Google comme cerveau secondaire et à nos smartphones comme appendices de nos vies, favorisera le développement d'une « intuition novatrice et vivace » libérée de la tâche réactionnaire consistant à conserver des empreintes mémorielles inutiles.

On pourrait poursuivre en affirmant qu'Internet poursuit le rêve de délégation des travaux répétitifs à des robots, propre à la révolution industrielle comme celui de mathématiciens du monde issu du rationalisme occidental, en nous donnant plus de temps disponible pour des pensées créatives et en nous équipant de formes plus complètes de maîtrise du monde naturel et social.

Internet, c'est la démocratisation du savoir, autant que la production chaotique, émotive, vulnérable, mais aussi forte et irrésistible, d'un savoir commun par la démocratie.

Questions liées au texte :

1	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Sur l'idée qu'internet favorise l'illettrisme, quelle est la position de l'auteur :</p> <ul style="list-style-type: none">a) Il est d'accord avec cette affirmation.b) Il n'est pas d'accord avec cette affirmation.c) Il est mitigé, pensant que parfois c'est vrai, parfois non.d) Il ne souhaite pas se prononcer ici.
2	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Internet est né suite à la volonté de :</p> <ul style="list-style-type: none">a) permettre à tous de communiquer partout et à tout moment.b) informer le public sur les progrès scientifiques.c) mettre en commun les informations des chercheurs.d) créer une encyclopédie partagée.
3	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Pour l'auteur, une encyclopédie traditionnelle sous forme de livres :</p> <ul style="list-style-type: none">a) comporte beaucoup d'erreurs.b) est parfaite.c) est trop spécialisée.d) n'est jamais mise à jour.

4	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>L'auteur partage l'idée que :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) l'imprimerie est une invention secondaire. b) l'imprimerie n'est qu'une étape dans la diffusion du savoir. c) l'imprimerie a un grand avenir. d) l'imprimerie disparaîtra à court terme.
5	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Quand l'auteur cite le philosophe Hegel :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) il souhaite que le journal puisse être lu par tous. b) il souhaite que chacun ait une religion, quelle qu'elle soit. c) il pense que partager l'information est synonyme de démocratie. d) il pense qu'internet propage des idées politiques.
6	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>D'après ce texte, les informations diffusées sur internet :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) ne doivent pas être contrôlées. b) doivent systématiquement être vérifiées. c) se corrigent automatiquement par le système. d) sont anarchiques et mal gérées par la communauté.
7	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Vis-à-vis de l'accès aux cultures différentes de la nôtre, Internet nous permet :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) de bien les comprendre. b) de les connaître, mais pas toujours de les comprendre. c) de les critiquer. d) de se convertir à ces cultures.

8	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>A terme, Internet devrait permettre de :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) imposer la démocratie partout dans le monde. b) transmettre le même niveau de savoir à tous. c) compenser nos limites, avec une mémoire externe. d) laisser à l'homme la pensée, l'action étant déléguée aux robots.
9	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>Le terme « infobésité » utilisé par l'auteur est :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) une métaphore b) un néologisme c) un oxymore d) un doryphore
10	<p>Choisissez la réponse qui reflète le mieux le sens du texte :</p> <p>D'après l'auteur, internet permettrait de :</p> <ul style="list-style-type: none"> a) modéliser complètement le monde qui nous entoure. b) traiter tous nos problèmes à l'aide des mathématiques. c) accélérer nos pensées. d) limiter la créativité.
11	<p>Dans cet extrait du texte, choisissez la réponse dont le sens est le plus proche du passage souligné :</p> <p>« Wikipédia est un triomphe de l'intelligence humaine et de la <u>pluralité</u> linguistique. »</p> <ul style="list-style-type: none"> a) diversité b) expression c) extension d) augmentation

12	<p>Dans cet extrait du texte, choisissez la réponse dont le sens est le plus proche du passage souligné :</p> <p>« Espace <u>agnostique</u> et sans contrôle centralisé »</p> <ul style="list-style-type: none">a) élitisteb) dépersonnaliséc) inhumaind) sans croyance
13	<p>Dans cet extrait du texte, choisissez la réponse dont le sens est le plus proche du passage souligné :</p> <p>« Internet poursuit le rêve (...) de mathématisation du monde issu du <u>rationalisme</u> occidental »</p> <ul style="list-style-type: none">a) idéalismeb) histoirec) réalismed) capitalisme
14	<p>Dans cet extrait du texte, choisissez la réponse dont le sens est le plus proche du passage souligné :</p> <p>« C'est ensuite de développer des moyens efficaces d'<u>agrégation</u> du savoir. »</p> <ul style="list-style-type: none">a) compréhensionb) associationc) augmentationd) explosion

15	<p>Dans cet extrait du texte, choisissez la réponse dont le sens est le plus proche du passage souligné :</p> <p>« Google favorisera le développement d'une « intuition novatrice et vivace » libérée de la tâche <u>réactionnaire</u> consistant à conserver des empreintes mémorielles inutiles. »</p> <ul style="list-style-type: none">a) obligatoireb) inutilec) débiled) arriérée
----	---

Questions générales

16	<p>Quel est le mot correctement orthographié ?</p> <p>a) derière b) derrière c) derièrre d) derrière</p>
17	<p>Quel est le mot correctement orthographié ?</p> <p>a) insuffisent b) insuffisant c) insuffissant d) insufisent</p>
18	<p>Complétez la phrase suivante : « Les enfants sages furent »</p> <p>a) récompensés b) récompensé c) récompensez d) récompenser</p>
19	<p>Quel est le mot correctement orthographié ?</p> <p>a) élocution b) ellocution c) élocusion d) éloqution</p>

20	<p>Quel est le mot mal orthographié ?</p> <ul style="list-style-type: none"> a) combattif b) combattant c) combattu d) combattre
21	<p>Quel est le mot correctement orthographié ?</p> <ul style="list-style-type: none"> a) connection b) connexion c) conexion d) conection
22	<p>Compléter la phrase suivante : « Tu peux imaginer les choses que je me suis _____ »</p> <ul style="list-style-type: none"> a) dite b) ditent c) dites d) dit
23	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Nous sommes contents des résultats auxquels nous sommes parvenus. b) Nous sommes contents des résultats auquel nous sommes parvenus. c) Nous sommes contents des résultats auxquelles nous sommes parvenus. d) Nous sommes contents des résultats laquelle nous sommes parvenus.

24	<p>Quelle forme verbale est mal orthographiée ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) j'atteindsb) j'atteinsc) j'attendsd) je comprends
25	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) On sentait que l'hiver vint.b) On sentait que l'hiver vienne.c) On sentait que l'hiver viendra.d) On sentait que l'hiver venait.
26	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) Ces fleurs, j'en ai cueillies beaucoup.b) Ces fleurs, j'en ai cueilli beaucoup.c) Ces fleurs, je les ai cueilli.d) Ces fleurs, je les ai cueillis.
27	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) Il a pallié toutes les erreurs.b) Il a pallié à toutes les erreurs.c) Il a palié toutes les erreurs.d) Il a palié à toutes les erreurs.

28	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot « ingrat » :</p> <ul style="list-style-type: none">a) désagréableb) difficilec) rebutantd) miteux
29	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot « inclination » :</p> <ul style="list-style-type: none">a) amourb) goûtc) penchantd) pente
30	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot « vigie » :</p> <ul style="list-style-type: none">a) veilleurb) gardec) guetteurd) pirate
31	<p>Quelle forme verbale est mal orthographiée ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) je mouraisb) je mourraic) je mourraisd) je mourrus

32	<p>Quel est le mot bien orthographié ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) talassothérapieb) talassothérapiec) thallassothérapied) thalassothérapie
33	<p>Quelle est la phrase correctement ponctuée ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) Je ne sors jamais le soir : j'aime me coucher tôt.b) Il m'a fallu attendre; j'ai pu ainsi lire un article intéressant.c) Je ne te comprends pas : que veux-tu dire par là?d) Qu'as tu vu ?
34	<p>Quel est le pluriel correct ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) des fourre-tousb) des fourres-toutc) des fourre-toutd) des fourres-tous
35	<p>Quelle forme verbale est mal orthographiée ?</p> <ul style="list-style-type: none">a) que j'aie mangéb) que vous ayez mangéc) que tu ais mangéd) qu'il ait mangé

36	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <p>a) L'homme dont je me rappelle est grand. b) L'homme que je me rappelle est grand. c) L'homme que je me souviens est grand. d) L'homme que je m'en rappelle est grand.</p>
37	<p>Quelle est la phrase correcte ?</p> <p>a) Après qu'il a dit ces mots, il partit. b) Après qu'il ait dit ces mots, il partit. c) Après qu'il eût dit ces mots, il partit. d) Après qu'il avait dit ces mots, il partit.</p>
38	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot «cachet » :</p> <p>a) tampon b) sceau c) originalité d) liaison</p>
39	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot « décadence » :</p> <p>a) ruine b) fatalité c) dégradation d) déclin</p>

40	<p>Trouvez le mot n'ayant pas un sens proche du mot « austérité » :</p> <ul style="list-style-type: none">a) ornementb) sévéritéc) moralitéd) rigidité
----	--

Concours d'entrée en Formation d'Ingénieurs



EPREUVE D'ANGLAIS

11 avril 2024 – version A

Durée : 45 minutes

Cette épreuve comporte 40 questions.

Suivez les consignes générales pour remplir la grille réponse.

L'énoncé est ramassé avec la grille réponse.

Questions 1 to 20 : Choose the one word or phrase that best completes the sentence :

1	Next year will mark the 65 th anniversary of the school, the _____ will last a whole week with all sorts of memorable events.	<ul style="list-style-type: none"> a) celebrate b) celebrating c) celebrated d) celebration
2	He built the house low and _____.	<ul style="list-style-type: none"> a) width b) wide c) widen d) wider
3	For the sake of simplicity, let's _____ the discussion into two parts.	<ul style="list-style-type: none"> a) divide b) division c) dividing d) divided
4	Sometimes, the most pleasant part of travelling is _____ home.	<ul style="list-style-type: none"> a) come b) came c) coming d) the come
5	Statistics _____ that women live longer than men.	<ul style="list-style-type: none"> a) shows b) show c) showing d) shown

6	The restaurant finally obtained a liquor _____.	<ul style="list-style-type: none"> a) license b) liberation c) library d) lettuce
7	I love this shirt but the sleeves are too _____.	<ul style="list-style-type: none"> a) little b) short c) tiny d) courteous
8	There's coffee or tea - you can have _____.	<ul style="list-style-type: none"> a) however b) whether c) further d) either
9	Thanks for the offer but I don't think I'm _____ for the position.	<ul style="list-style-type: none"> a) petrified b) satisfied c) unified d) qualified
10	There was a momentary hesitation _____ he replied.	<ul style="list-style-type: none"> a) during b) before c) between d) along
11	Major Flint was _____ the medal of honor.	<ul style="list-style-type: none"> a) award b) awarding c) awards d) awarded

12	He owes _____ money to Mr. Smith.	<ul style="list-style-type: none"> a) a lot of b) any c) many d) least
13	_____ I arrive in New York City, I go to Central Park and buy a hot dog. It's like a ritual.	<ul style="list-style-type: none"> a) Whereby b) As soon as c) Not only d) Already
14	I hate it when people say that 'Star Trek' is similar _____ 'Star Wars'.	<ul style="list-style-type: none"> a) with b) at c) to d) of
15	We _____ a lot but I wouldn't say that the project has been success.	<ul style="list-style-type: none"> a) approached b) advised c) achieved d) approved
16	I was only absent once or _____.	<ul style="list-style-type: none"> a) twice b) two c) both d) again
17	There are _____ distractions here to work properly.	<ul style="list-style-type: none"> a) too much b) too many c) too d) too little

18	_____ you want a thing done well, do it yourself.	a) If b) Or c) But d) And
19	Cotton is _____ for wear in summer.	a) suit b) suiting c) suite d) suitable
20	I have a hard time working with Bill; he's hard to deal _____.	a) about b) with c) in d) under

Questions 21 to 40 : Find the one word or phrase which is incorrect :

21	After <u>remaining</u> silent <u>for</u> a long time, Joe McVillain admitted <u>about</u> <u>the</u> murders.	a) remaining b) for c) about d) the
22	I <u>saw</u> the <u>news</u> last night <u>at</u> the TV. I couldn't believe <u>it</u> . It's terrible!	a) saw b) news c) at d) it

23	<p>It's <u>been</u> more than three and a <u>half</u> hours; the turkey should be <u>roast</u> by now, shouldn't <u>it</u>?</p>	<p>a) It's been b) a half c) roast d) it</p>
24	<p>The lecture was very <u>interested</u>, that's not the problem. I <u>fell</u> asleep because I <u>stayed</u> out <u>all</u> night.</p>	<p>a) interested b) fell c) stayed d) all</p>
25	<p>When the night <u>fall</u>, all sorts of ghouls and demons <u>populated</u> the street. I had no <u>idea</u> it was normal <u>on</u> Halloween.</p>	<p>a) fall b) populated c) idea d) on</p>
26	<p>I point <u>at</u> the rainbow and <u>all</u> she says is that sunlight consists <u>about</u> different wavelengths of radiation. What <u>a</u> romantic!</p>	<p>a) at b) all c) about d) a</p>
27	<p><u>Friends</u> is an essential ingredient <u>in</u> the making of a healthful, <u>rewarding</u> <u>life</u>.</p>	<p>a) Friends b) in c) rewarding d) life</p>
28	<p>The 'Mona Lisa' is <u>considering</u> a masterpiece of the Italian Renaissance; it has been <u>described</u> as the best <u>known</u>, work of art <u>in</u> the world.</p>	<p>a) considering b) described c) known d) in</p>

29	<p><u>Safety</u> measures can be <u>dividing</u> into organizational measures, technical <u>protective</u> measures and the <u>use</u> of personal equipment.</p>	<p>a) Safety b) dividing c) protective d) use</p>
30	<p><u>How long do</u> you plan <u>stay in</u> Italy?</p>	<p>a) How long b) do c) stay d) in</p>
31	<p>We built a ramp <u>to</u> the main building to <u>make</u> it <u>most</u> accessible to <u>people</u> in wheelchairs.</p>	<p>a) to b) make c) most d) people</p>
32	<p><u>As soon as</u> you arrive <u>to</u> Montreal, text me and I'll drive you <u>around</u> the city. There is <u>so much</u> to see, you'll love it.</p>	<p>a) As soon as b) to c) around d) so much</p>
33	<p>I don't know <u>how</u> safe the neighborhood <u>is</u>. I heard there <u>was</u> three murders there <u>last</u> year.</p>	<p>a) how b) is c) was d) last</p>
34	<p>Thanks a lot <u>for</u> the <u>kind</u> message <u>but</u> my birthday is <u>on</u> June.</p>	<p>a) for b) kind c) but d) on</p>

35	The <u>battle</u> scenes are <u>described with</u> extraordinary <u>realist</u> .	a) battle b) described c) with d) realist
36	There <u>are</u> 250 blocks of <u>stone</u> , and <u>everyone</u> weighs <u>a</u> ton.	a) are b) stone c) everyone d) a
37	On <u>page</u> two of your <u>handout</u> , you will <u>found</u> a list of the books that I have referred to <u>during</u> the lecture.	a) page b) handout c) found d) during
38	I paid <u>to</u> all my Christmas shopping <u>by</u> credit card <u>so</u> I will get billed <u>next</u> year.	a) to b) by c) so d) next
39	The <u>twenty</u> century <u>brought</u> about revolutionary <u>changes</u> in our <u>lifestyles</u> .	a) twenty b) brought c) changes d) lifestyles
40	He <u>teaches</u> physics at a college ten years <u>ago</u> , but now he is <u>happily retired</u> .	a) teaches b) ago c) happily d) retired



Concours d'entrée ingénieur généraliste et
ingénieur informatique

Candidats des classes préparatoires aux
grandes écoles inscrits au concours
communs du SCEI

Annales 2024 - Corrigés

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre.

1 Suites de probabilités (12 points)

Au sein d'une grande agglomération, le marché du fitness se répartit autour de trois salles de sport A, B et C. Leur ouverture est synchrone et chacune possède un tiers du marché. Rapidement les trois gérants décident de mettre sur le marché un nouveau type de forfait annuel. À la fin de l'année, l'évolution des parts de marché se fait de la façon suivante :

- les sportifs de la salle A se répartissent indifféremment entre A, B et C l'année suivante ;
- les sportifs de la salle B restent toujours fidèles à cette salle ;
- les sportifs de la salle C seront l'année suivante clients de la salle A avec une probabilité $\frac{2}{3}$, de B avec une probabilité $\frac{1}{3}$.

On note pour n dans \mathbb{N} , a_n , b_n et c_n les probabilités pour qu'à l'issue de la n -ième année, un sportif décide de s'abonner chez A, B ou C pour l'année suivante.

- 1.1. Déterminer une relation de récurrence de a_{n+1} (respectivement b_{n+1} puis c_{n+1}) en fonction de a_n , b_n et c_n . (3 pts)

Élément(s) de solution :

À l'aide des données de l'énoncé, on obtient :

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= \frac{1}{3}a_n + \frac{2}{3}c_n \\b_{n+1} &= \frac{1}{3}a_n + b_n + \frac{1}{3}c_n \\c_{n+1} &= \frac{1}{3}a_n.\end{aligned}$$

- 1.2. Écrire la relation d'ordre 2 de récurrence linéaire pour chacune des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (2 pts)

Élément(s) de solution :

D'après la question précédente, on a :

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{3}c_{n+1} \\c_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1}.\end{aligned}$$

En revenant à l'expression de a_{n+1} et celle de c_{n+1} , on obtient :

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}a_n\right) \\c_{n+2} &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}a_n + \frac{2}{3}c_n\right).\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{9}a_n \\c_{n+2} &= \frac{1}{9}a_n + \frac{2}{9}c_n.\end{aligned}$$

Ainsi en exprimant a_n en fonction de c_{n+1} :

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{9}a_n \\c_{n+2} &= \frac{1}{9}(3c_{n+1}) + \frac{2}{9}c_n.\end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{9}a_n \\c_{n+2} &= \frac{1}{3}c_{n+1} + \frac{2}{9}c_n.\end{aligned}$$

On rappelle que si l'on écrit la relation de récurrence sous la forme $u_{n+2} + au_{n+1} + bu_n = 0$ alors l'équation caractéristique s'écrira : $r^2 + ar + b = 0$. Pour l'expression de u_n , trois cas de figure se présenteront en fonction du signe du discriminant.

- 1.3. En utilisant les équations caractéristiques associées à ces relations d'ordre 2, trouver les expressions explicites des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (2 pts)

Élément(s) de solution :

Pour chacune des deux relations de récurrence de la question précédente, l'équation caractéristique est :

$$r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{9} = 0.$$

Donc :

$$\left(r^2 - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{36} - \frac{2}{9} = 0.$$

Ainsi :

$$\left(r^2 - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0.$$

D'où la factorisation suivante :

$$\left(r - \frac{2}{3}\right)\left(r + \frac{1}{3}\right) = 0.$$

On en déduit que le terme général de nos suites s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}a_n &= \alpha \left(\frac{2}{3}\right)^n + \beta \left(-\frac{1}{3}\right)^n \\c_n &= \gamma \left(\frac{2}{3}\right)^n + \delta \left(-\frac{1}{3}\right)^n.\end{aligned}$$

En utilisant les conditions initiales, on détermine la valeur des réels α , β , γ et δ :

$$\begin{aligned}a_n &= \frac{4}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^n - \frac{1}{9} \left(-\frac{1}{3}\right)^n \\c_n &= \frac{2}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{1}{9} \left(-\frac{1}{3}\right)^n.\end{aligned}$$

- 1.4. En remarquant une relation entre $b_{n+1} - b_n$ et a_n , b_n déduire l'expression de b_n en fonction de n en utilisant la sommation de ces termes. (3 pts)

Élément(s) de solution :

D'après la question 1.1, on observe que la relation :

$$b_{n+1} - b_n = \frac{1}{3}a_n + \frac{1}{3}c_n.$$

Concours d'entrée à CESI Ecole d'Ingénieurs

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée.

Sujet rédactionnel - 3h

page 3 sur 13

D'après la question 1.3, on obtient alors :

$$b_{n+1} - b_n = \frac{2}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

De plus, par sommation :

$$\sum_{k=0}^{n-1} b_{k+1} - b_k = b_n - b_0$$

et :

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} b_{k+1} - b_k &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{2}{9} \left(\frac{2}{3}\right)^k \\ &= \frac{2}{9} \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{2}{3}\right)^k \\ &= \frac{2}{9} \times 1 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}}. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$b_n - b_0 = \frac{2}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right).$$

À l'aide de b_0 , on peut conclure :

$$b_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right).$$

1.5. Déterminer la limite de ces suites et conclure sur l'évolution du marché du fitness dans l'agglomération.

(2 pts)

Élément(s) de solution :

Les raisons $-\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ étant dans $] -1; 1[$, on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0.$$

D'après la question 1.3, on obtient :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n &= 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} c_n &= 0. \end{aligned}$$

D'après l'expression obtenue en fin de question 1.4, on a également :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} (1 - 0) \\ &= 1. \end{aligned}$$

On en déduit donc que le marché du fitness dans l'agglomération tendra vers un monopole pour la salle B.

2 Analyse (17 points)

On note I l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}]$.

Pour tout x dans I et k dans \mathbb{Z} , on pose : $f_k(x) = \frac{1}{x^{k-1}(\sin(x))^k}$.

Pour $k = 1$:

2.1. Déterminer les variations de f_1 sur I . (4 pts)

Éléme(n)t(s) de solution :

Pour x dans I , on a :

$$f_1(x) = \frac{1}{\sin(x)}.$$

La fonction \sin étant dérivable sur I et ne s'y annulant pas, on en déduit la dérivabilité de f_1 sur I et pour tout x dans I :

$$\begin{aligned} (f_1)'(x) &= -\frac{\sin'(x)}{(\sin(x))^2} \\ &= -\frac{\cos(x)}{(\sin(x))^2}. \end{aligned}$$

On a alors le tableau de signe de $(f_1)'$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
signe de $-\cos(x)$	-	0
signe de $(\sin(x))^2$	0	+
signe de $(f_1)'(x)$		- 0

De plus, on a :

$$\begin{aligned} f_1\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

et :

$$\lim_{x \rightarrow (0)^+} \sin(x) = 0^+ \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow (0)^+} f_1(x) = +\infty.$$

On en déduit le tableau de variation de f_1 :

x	0	$\frac{\pi}{2}$
signe de $(f_1)'(x)$		- 0
variations de f_1	$+\infty$	\searrow 1

On en conclut que la fonction f_1 est strictement décroissante sur I .

2.2. Montrer que f_1 réalise une bijection de I vers un intervalle à déterminer noté J . (3 pts)

Éléme(n)t(s) de solution :

À la question Q2.1, on a obtenu la dérivabilité de f_1 sur I .

Donc f_1 est continue sur I .

De plus, f_1 étant strictement monotone sur I , le Théorème de la bijection assure que la fonction f_1 réalise une bijection de I vers un intervalle J .

Comme observé sur le tableau de variation, l'intervalle J est de la forme $\left[f_1\left(\frac{\pi}{2}\right); \lim_{x \rightarrow 0^+} f_1(x) \right]$.

On obtient : $J = [1; +\infty[$.

2.3. Expliciter l'application réciproque de f_1 notée f_1^{-1} . (2 pts)

Élément(s) de solution :

L'application f_1 étant bijective de I sur J , on peut déterminer l'expression de $(f_1)^{-1}(y)$ en résolvant l'équation $y = f_1(x)$.

Pour tout x dans I et tout y dans J , on a :

$$\begin{aligned} f_1(x) = y &\iff \frac{1}{\sin(x)} = y \\ &\iff 1 = y \times \sin(x) \\ &\iff \sin(x) = \frac{1}{y}. \end{aligned}$$

La fraction $\frac{1}{y}$ étant dans $]0; 1]$, la fonction arcsin étant définie sur $[-1; 1]$, on en déduit l'équivalence :

$$f_1(x) = y \iff x = \arcsin\left(\frac{1}{y}\right).$$

On obtient ainsi :

$$\forall y \in J, (f_1)^{-1}(y) = \arcsin\left(\frac{1}{y}\right).$$

Pour $k = -1$:

2.4. Donner l'intégrale de f_{-1} sur I . (3 pts)

Élément(s) de solution :

Pour x dans I , on a :

$$f_{-1}(x) = x^2 \times \sin(x).$$

La fonction f_{-1} admet une limite nulle en 0^+ , donc elle admet un prolongement par continuité sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{-1}(x) dx$ existe.

On note $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \times \sin(x) dx$.

Pour calculer A , on va utiliser la formule de l'intégration par parties (à deux reprises).

On commence par décomposer $x^2 \times \sin(x)$ en produit $u(x) \times v'(x)$ avec

$$u(x) = x^2 \quad \text{et} \quad v'(x) = \sin(x).$$

Dans ce cas, on a :

$$u'(x) = 2x \quad \text{et} \quad v(x) = -\cos(x).$$

Les fonctions u et v étant de classe C^1 sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ (c'est-à-dire dérivable à dérivée continue sur l'intervalle considéré), on peut appliquer la formule d'intégration par parties :

$$\begin{aligned} A &= \left[-x^2 \times \cos(x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \times \cos(x) dx \\ &= \left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0^2 \times \cos(0)\right) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \times \cos(x) dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \times \cos(x) dx. \end{aligned}$$

De nouveau, on effectue une intégration par parties pour obtenir la valeur de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \times \cos(x) dx$.

On commence par décomposer $x^2 \times \sin(x)$ en produit $u(x) \times v'(x)$ avec

$$u(x) = 2x \quad \text{et} \quad v'(x) = \cos(x).$$

Dans ce cas, on a :

$$u'(x) = 2 \quad \text{et} \quad v(x) = \sin(x).$$

Les fonctions u et v étant de classe C^1 sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ (c'est-à-dire dérivable à dérivée continue sur l'intervalle considéré), on peut appliquer la formule d'intégration par parties :

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \times \cos(x) dx &= [2x \times \sin(x)]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \times \sin(x) dx \\ &= [2x \times \sin(x)]_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 [\cos(x)]_0^{\frac{\pi}{2}}.\end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}A &= 2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \times \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) - 0 + 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - \cos(0) \right) \\ &= \pi \times 1 + 2 \times (-1).\end{aligned}$$

On en conclut :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{-1}(x) dx = \pi - 2.$$

2.5. Déterminer la valeur de la limite de $\frac{x^5}{f_{-1}(x) - x^3}$ en 0 en utilisant un développement limité. (2 pt)

Élément(s) de solution :

Dans les éléments de cette question, les fonctions ε_k représenteront des fonctions dont la limite en 0 est nulle. Ces fonctions seront employées pour exprimer le reste des développements limités utilisés.

D'après la formule de Taylor-Young, le développement limité de la fonction sin à l'ordre 3 en 0 est donné par :

$$\sin(x) = \sin(0) + \cos(0) \times x + \left(\frac{1}{2!} \right) \times (-\sin(0)) \times x^2 + \left(\frac{1}{3!} \right) \times (-\cos(0)) \times x^3 + x^3 \times \varepsilon_1(x).$$

En remplaçant les valeurs $\sin(0) = 0$ et $\cos(0) = 1$ dans l'expression, on obtient :

$$\sin(x) = 0 + 1 \times x + \left(\frac{1}{2!} \right) \times 0 \times x^2 + \left(\frac{1}{3!} \right) \times (-1) \times x^3 + x^3 \times \varepsilon_1(x).$$

Donc :

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6} \times x^3 + x^3 \times \varepsilon_1(x).$$

Ainsi :

$$x^2 \times \sin(x) = x^3 - \frac{1}{6} \times x^5 + x^5 \times \varepsilon_1(x).$$

Par conséquent, on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{x^5}{f(x) - x^3} &= \frac{x^5}{x^3 - \frac{1}{6} \times x^5 + x^5 \times \varepsilon_1(x) - x^3} \\ &= \frac{x^5}{-\frac{1}{6} \times x^5 + x^5 \times \varepsilon_1(x)} \\ &= \frac{x^5}{x^5 \left(-\frac{1}{6} + \varepsilon_1(x) \right)} \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{6} + \varepsilon_1(x)}.\end{aligned}$$

Par passage à la limite en 0 de ce dernier quotient, on a alors :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5}{f(x) - x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{-\frac{1}{6} + \varepsilon_1(x)} \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{6}}.\end{aligned}$$

On en déduit :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5}{f(x) - x^3} = -6.$$

Pour x fixé valant $\frac{\pi}{2}$:

2.6. La série numérique $\sum_{k \geq 1} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$ converge-t-elle ?

Si oui donner la valeur de $\sum_{k=1}^{+\infty} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (3 pts)

Élément(s) de solution :

Pour k entier naturel non nul, on a :

$$\begin{aligned} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^{k-1}} \\ &= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{k-1}. \end{aligned}$$

Cette série numérique $\sum_{k \geq 1} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$ est donc une série géométrique ayant pour raison $r = \frac{2}{\pi}$.

Ainsi cette raison est dans $] -1; 1[$.

On en déduit la convergence de la série géométrique $\sum_{k \geq 1} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

De plus, la somme de cette série convergente vérifie :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{+\infty} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \sum_{p=0}^{+\infty} \left(\frac{2}{\pi}\right)^p \\ &= 1 \times \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi}}. \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\sum_{k=1}^{+\infty} f_k\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{\pi - 2}.$$

3 Géométrie (10 points)

3.1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $iz^2 + (-1 - 3i)z - 6 + 6i = 0$. (3 pts)

Élément(s) de solution :

Les solutions de cette équation sont les racines du trinôme $iZ^2 + (-1 - 3i)Z - 6 + 6i$.

Le discriminant Δ associé à ce trinôme vaut :

$$\begin{aligned} \Delta &= (-1 - 3i)^2 - 4 \times i \times (-6 + 6i) \\ &= 1 + 6i + 9i^2 + 24i - 24i^2 \\ &= 1 + 6i - 9 + 24i + 24 \\ &= 16 + 30i. \end{aligned}$$

Δ étant non nul, on en déduit que notre équation aura deux solutions distinctes.

En recherchant un nombre complexe de la forme $a + ib$ dont le carré vaut Δ et en identifiant les parties réelles (resp. les parties imaginaires), on obtient le système :

$$\begin{cases} a^2 - b^2 &= 16 \\ 2 \times a \times b &= 30 \end{cases}$$

On obtient ainsi : $\Delta = (5 + 3i)^2$.

Les deux solutions complexes sont Z_{\pm} définies par :

$$Z_{\pm} = \frac{-(-1 - 3i) \pm (5 + 3i)}{2i}.$$

Donc les solutions sont :

$$z_+ = 3 - 3i \quad \text{et} \quad z_- = 2i.$$

3.2. En nommant z_1 et z_2 les solutions de l'équation ci-dessus, déterminer tous les complexes z tels que $|z - z_1| = |z - z_2|$ en interprétant géométriquement les résultats et en donnant l'expression du lieu géométrique. (2 pts)

Élément(s) de solution :

On note E l'ensemble des nombres complexes z vérifiant : $|z - z_1| = |z - z_2|$.

Géométriquement, les points M dont l'affixe z vit dans E sont les points situés sur la médiatrice du segment $[M_1M_2]$ où M_1 (resp. M_2) est le point d'affixe z_1 (resp. z_2).

En notant $x + iy$ le point z dans E (avec x et y réels), on a :

$$\begin{aligned} x + iy \in E &\iff |(x + iy) - (3 - 3i)| = |(x + iy) - (2i)| \\ &\iff |(x + iy) - (3 - 3i)|^2 = |(x + iy) - (2i)|^2 \\ &\iff (x - 3)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + (y - 2)^2 \\ &\iff x^2 - 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 = x^2 + y^2 - 4y + 4 \\ &\iff -6x + 9 + 6y + 9 = -4y + 4 \\ &\iff -6x + 10y + 14 = 0 \\ &\iff -3x + 5y + 7 = 0. \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} E &= \{x + iy \in \mathbb{C} \mid -3x + 5y + 7 = 0\} \\ &= \left\{ x + iy \in \mathbb{C} \mid y = \frac{3}{5}x - \frac{7}{5} \right\}. \end{aligned}$$

Autrement dit, on peut le paramétrer en :

$$\begin{aligned} E &= \left\{ x + i \left(\frac{3x - 7}{5} \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\} \\ &= \left\{ \left(1 + \frac{3}{5}i \right) x - \frac{7}{5} \mid x \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

3.3. Représenter sur votre copie, à main levée le domaine défini par : (3 pts)

$$D = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z| < 4, \arg(z) \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right] \right\}$$

Élément(s) de solution :

D est le secteur angulaire ci-dessous :

DESSIN ... GEOGEBRA

3.4. Soient A, B et C trois points respectivement d'affixe $z_A = 1 + i$, $z_B = 3 + i$ et $z_C = |z_C| e^{i\theta}$.

Sachant que ABC est un triangle rectangle isocèle en C, déterminer les valeurs possibles de $|z_C|$ et θ .

(2 pts)

Élément(s) de solution :

Le triangle ABC étant isocèle en C, ce point C est sur la médiatrice du segment [AB] et : $AC = CB$.

Après calculs, on obtient donc que l'affixe z_C vérifie : $z_C = 2 + it$ avec t dans \mathbb{R}

Le triangle ABC étant rectangle en C, le Théorème de Pythagore nous assure : $AC^2 + CB^2 = AB^2$.

Avec les données précédentes, on obtient alors : $2AC^2 = AB^2$.

On a :

$$\begin{aligned} 2AC^2 = AB^2 &\iff 2 \times |z_C - z_A|^2 = |z_B - z_A|^2 \\ &\iff 2 \times ((2-1)^2 + (t-1)^2) = (3-1)^2 + 0^2 \\ &\iff 1 + (t-1)^2 = 2 \\ &\iff (t-1)^2 - 1 = 0 \\ &\iff t \times (t-2) = 0 \\ &\iff t \in \{0; 2\}. \end{aligned}$$

Donc il y a deux possibilités pour le point C : $z_C = 2$ ou $z_C = 2 + 2i$.

En passant en écriture exponentielle, on obtient :

o si $z_C = 2$, alors : $z_C = 2 \times \exp^{i \times 0}$ et donc $|z_C| = 2$ et $\theta = 0$;

o si $z_C = 2 + 2i$, alors : $z_C = 2\sqrt{2} \times \exp^{i \times \frac{\pi}{4}}$ et donc $|z_C| = 2\sqrt{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$.

4 Algèbre (21 points)

Soit A une matrice définie par $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice canonique est A .

Partie A

4.1. Déterminer le noyau $\ker(f)$. (2 pts)

Élément(s) de solution :

Soit u dans \mathbb{R}^3 , $u = (x; y; z)$.

On a :

$$\begin{aligned} u \in \ker(f) &\iff f(u) = 0_{\mathbb{R}^3} \\ &\iff A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{cases} -3x + 2y + 3z = 0 \\ -2x + y + 3z = 0 \\ -2x + 2y + 2z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

En résolvant ce système d'équations linéaires, on obtient :

$$\ker(f) = \{0_{\mathbb{R}^3}\}.$$

4.2. Déterminer le rang $rg(f)$. (2 pts)

Élément(s) de solution :

En appliquant le Théorème du rang à notre endomorphisme f , on a :

$$rg(f) + \dim(\ker(f)) = \dim(\mathbb{R}^3)$$

De la question précédente, on a : $\dim(\ker(f)) = 0$.

De plus, on a : $\dim(\mathbb{R}^3) = 3$.

On en déduit que le rang de f vaut 3.

4.3. Déterminer l'image $Im(f)$. (1 pt)

Élément(s) de solution :

Le rang de f valant 3, cela signifie que la dimension de $Im(f)$ est 3. (1★)

f étant un endomorphisme de \mathbb{R}^3 , $Im(f)$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . (2★)

De (1★) et (2★), on en déduit que :

$$Im(f) = \mathbb{R}^3.$$

4.4. f est-elle un automorphisme ? (3 pts)

Élément(s) de solution :

Le noyau de f étant réduit à $\{0_{\mathbb{R}^3}\}$, on en déduit que l'endomorphisme f est injectif. (1★)

De plus, $Im(f)$ étant \mathbb{R}^3 , on obtient que f est aussi surjectif. (2★)

De (1★) et (2★), on en déduit que l'endomorphisme f est bijectif sur \mathbb{R}^3 .

Donc f est bien un automorphisme de \mathbb{R}^3 .

4.5. Déterminer si la matrice A est inversible. (1 pt)

Élément(s) de solution :

f étant un automorphisme de \mathbb{R}^3 , toute matrice représentative de f dans une base de \mathbb{R}^3 est inversible.

Donc la matrice A est inversible.

Partie B

4.6. Déterminer le polynôme caractéristique de A . (2 pts)

Élément(s) de solution :

En notant χ_A le polynôme caractéristique de A , on a pour λ réel :

$$\begin{aligned} \chi_A(\lambda) &= \det(\lambda I_3 - A) \\ &= \begin{vmatrix} \lambda + 3 & -2 & -3 \\ 2 & \lambda - 1 & -3 \\ 2 & -2 & \lambda - 2 \end{vmatrix} \\ &\stackrel{C_1 \leftarrow C_1 + C_2 + C_3}{=} \begin{vmatrix} \lambda - 2 & -2 & -3 \\ \lambda - 2 & \lambda - 1 & -3 \\ \lambda - 2 & -2 & \lambda - 2 \end{vmatrix} \\ &\stackrel{\substack{L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1}}{=} \begin{vmatrix} \lambda - 2 & -2 & -3 \\ 0 & \lambda + 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 1 \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - 2)(\lambda + 1)^2. \end{aligned}$$

Donc :

$$\chi_A(\lambda) = (-1 - \lambda)^2(2 - \lambda).$$

4.7. Déterminer les valeurs propres de A . (2 pts)

Élément(s) de solution :

Une valeur propre de A étant une racine de χ_A , on déduit de l'écriture factorisée obtenue en Q4.6 que les valeurs propres de A sont : -1 (valeur propre double)

et 2 (valeur propre simple).

4.8. Déterminer les sous-espaces propres de A . (2 pts)

Élément(s) de solution :

On note E_λ le sous-espace propre de A associé à la valeur propre λ .

o Soit X dans $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ avec $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

On a :

$$\begin{aligned} X \in E_{-1} &\iff (A - (-1)I_3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{cases} -2x + 2y + 3z = 0 \\ -2x + 2y + 3z = 0 \\ -2x + 2y + 3z = 0 \end{cases} \\ &\iff -2x + 2y + 3z = 0 \\ &\iff x = y + \frac{3}{2}z \\ &\iff X = \begin{pmatrix} y + \frac{3}{2}z \\ y \\ z \end{pmatrix} \\ &\iff X = y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &\iff X = y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{z}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

On en déduit :

$$E_{-1} = \text{Vect} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}.$$

o La valeur propre 2 étant simple, on obtient que la dimension de E_2 est 1.

De plus, la matrice $A - 2I_3$ vaut : $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

En nommant C_1, C_2 et C_3 les colonnes de cette matrice, on observe la relation de liaison : $C_1 + C_2 + C_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

On en déduit que $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est dans E_2 .

Cette matrice colonne étant non nulle et E_2 étant de dimension 1, on en conclut :

$$E_2 = \text{Vect} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

4.9. En déduire que A est diagonalisable. (1 pt)

Élément(s) de solution :

D'après les calculs réalisés à la question précédente, on a obtenu :

$$\begin{array}{lll} \dim(E_{-1}) = 2 & \text{et} & -1 \text{ est une valeur propre double} \\ \dim(E_2) = 1 & \text{et} & 2 \text{ est une valeur propre simple} \end{array}$$

Ainsi tous les sous-espaces propres de A ont leur dimension égale à la multiplicité de la valeur propre associée.

Donc la matrice A est diagonalisable.

4.10. Diagonaliser A (en donnant une matrice de passage). (2 pts)

Élément(s) de solution :

La matrice A étant diagonalisable, d'après les bases de E_2 et E_{-1} obtenues en Q4.8, on peut obtenir la relation : $A = P \times D \times P^{-1}$ avec les matrices :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4.11. Déterminer les fonctions x, y et z vérifiant le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} x'(t) = -3x(t) + 2y(t) + 3z(t) \\ y'(t) = -2x(t) + y(t) + 3z(t) \\ z'(t) = -2x(t) + 2y(t) + 2z(t) \end{cases}$$

avec : $x(0) = 1$, $y(0) = 0$ et $z(0) = 1$. (3 pts)

Élément(s) de solution :

En notant $X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$, l'écriture matricielle du système différentiel ci-dessus est : $X'(t) = A \times X(t)$.

En posant $Y(t) = P^{-1} \times X(t)$, on peut obtenir un système différentiel équivalent dont l'écriture matricielle est : $Y'(t) = D \times Y(t)$.

En notant $Y(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{pmatrix}$, ce dernier système étant composé de trois équations différentielles découplées :

$$\begin{cases} u'(t) = -u(t) \\ v'(t) = -v(t) \\ w'(t) = 2w(t) \end{cases}.$$

Les solutions de ce système sont de la forme :

$$\begin{cases} u(t) = C_1 e^{-t} \\ v(t) = C_2 e^{-t} \\ w(t) = C_3 e^{2t} \end{cases}$$

où les C_k sont des constantes réelles.

En revenant aux solutions du système initial à l'aide de la relation $X(t) = P \times Y(t)$, on obtient :

$$\begin{cases} x(t) = (C_1 + 3C_2) e^{-t} + C_3 e^{2t} \\ y(t) = C_1 e^{-t} + C_3 e^{2t} \\ z(t) = 2C_2 e^{-t} + C_3 e^{2t} \end{cases}.$$

Concours d'entrée à CESI Ecole d'Ingénieurs

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée.

Sujet rédactionnel - 3h

page 13 sur 13

En utilisant les conditions initiales, on peut obtenir les valeurs suivantes :

$$C_1 = -\frac{1}{3}$$

$$C_2 = \frac{1}{3}$$

$$C_3 = \frac{1}{3}.$$

Donc les solutions du système différentiel de départ avec ses conditions initiales sont :

$$\begin{cases} x(t) &= \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{2t} \\ y(t) &= -\frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{2t} \\ z(t) &= \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{2t} \end{cases} .$$

..... FIN DU SUJET

Corrigé de l'épreuve de physique et d'informatique

Problème I - Athlétisme et physique

1. (a) La formule fournie s'écrit :

$$E_{c,j} = \frac{1}{6}m_j \times v^2 \text{ avec } m_j = 0,2 \times m$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{6 \times E_{c,j}}{0,2 \times m}} \simeq 13,7 \text{ m/s} \simeq 49,3 \text{ km/h}$$

(b) C'est en bon accord avec la vitesse de Bolt (43 km/h soit 12 m/s).

(c) C'est cependant supérieur à la vitesse de l'homme le plus rapide du monde. Mais le modèle est a priori grossier, basé sur une formule simple et empirique.

2. Sans autre information, on suppose la conservation de l'énergie mécanique du système perchiste + perche :

$$E_m = cte = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_0 = 0 + mgH \Rightarrow H = h_0 + \frac{v^2}{2g} \simeq 6,10 \text{ m}$$

3. On cherche a priori une relation sous forme de monôme :

$$\delta = k \times V^\alpha \times g^\beta$$

avec k sans dimension. Comme

$$[\delta] = L \quad [V] = L.T^{-1} \quad [g] = L.T^{-2}$$

les deux membres de l'égalité devant avoir la même dimension, on trouve :

$$\alpha = 2 \text{ et } \beta = -1$$

d'où :

$$\delta = k \frac{V^2}{g} \simeq 1,0 \times 10^2 / 9,8 \simeq 10,2 \text{ m}$$

4. Le poids n'est soumis qu'au poids, dans un référentiel galiléen. L'application du PFD donne :

$$m_p \vec{a} = m_p \vec{g}$$

En projection sur les axes x et z , il vient :

$$\ddot{x}(t) = 0 \text{ et } \ddot{z}(t) = -g$$

D'après l'énoncé, les conditions initiales s'écrivent :

$$\boxed{x(t=0) = 0} \quad \boxed{z(t=0) = h_0} \quad \boxed{\dot{x}(t=0) = v_0 \cos(\alpha)} \quad \boxed{\dot{z}(t=0) = v_0 \sin(\alpha)}$$

5. L'intégration par rapport au temps est aisée. On obtient :

$$\boxed{x(t) = v_0 \cos(\alpha)t} \text{ et } \boxed{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + h_0}$$

6. L'équation $z(x)$ de la trajectoire s'obtient en éliminant la variable temporelle :

$$\boxed{z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)x + h_0}$$

La trajectoire a la forme d'une parabole.

7. La portée L du lancer est la solution strictement positive de l'équation $z(L) = 0$:

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)}L^2 + \tan(\alpha)L + h_0$$

Le discriminant de cette équation du 2nd degré vaut :

$$\Delta = \tan^2(\alpha) + \frac{2gh_0}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} > 0$$

La racine strictement positive est alors :

$$\boxed{L = \frac{v_0^2 \cos^2(\alpha)}{g} \times \left(\tan(\alpha) + \sqrt{\tan^2(\alpha) + \frac{2gh_0}{v_0^2 \cos^2(\alpha)}} \right)}$$

8. En considérant une vitesse angulaire constante, on a la formule reliant vitesse linéaire et vitesse angulaire :

$$\boxed{v = R\Omega = 1,3 \times 3 \times 2\pi \simeq 24,5m/s}$$

9. L'application du PFD au marteau, soumis au poids et à la force de frottement fluide, dans le référentiel terrestre galiléen, s'écrit :

$$\boxed{m \frac{d\vec{v}}{dt} = -k\vec{v} + m\vec{g}}$$

La vitesse limite s'obtient lorsque :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{lim} = \frac{m\vec{g}}{k}}$$

10. Les 4 lignes où il manque du code s'écrivent :

```
vx.append(vx[-1] + Fx/m*dt)
vz.append(vz[-1] + (Fz/m - g)*dt)
x.append(x[-1] + vx[-1]*dt)
z.append(z[-1] + vz[-1]*dt)
```

Problème II - Moteur asynchrone

11. La distribution de courant est invariante par translation selon z et par rotation selon θ . Donc $\vec{B}(M)$ ne dépend que de la variable radiale r . De plus, le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un plan de symétrie pour la distribution de courant, donc un plan d'antisymétrie pour le champ magnétique, donc $\vec{B}(M)$ est perpendiculaire à ce plan, donc porté selon \vec{e}_z . En conclusion, pour tout point M de l'espace :

$$\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\vec{e}_z}$$

12. Il s'agit d'une démo de cours. En appliquant le théorème d'Ampère :

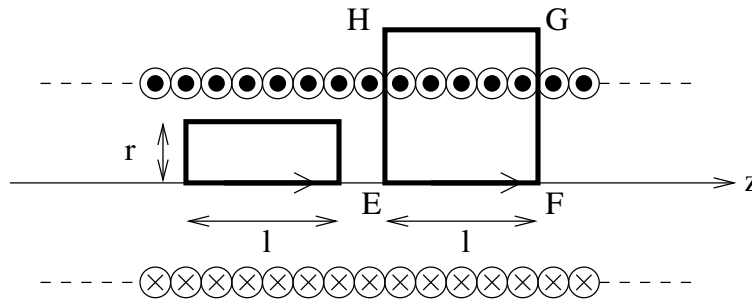
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

à un rectangle à l'intérieur du solénoïde, on obtient :

$$B(r=0) = B(r), \forall 0 \leq r < R$$

indiquant que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur. En appliquant le théorème d'Ampère au rectangle EFGH, de longueur l situé entre l'intérieur et l'extérieur (où le champ magnétique est nul), le courant enlacé vaut $+l \times n \times I$ (avec les conventions d'orientation du schéma ci-contre) et on obtient bien finalement, pour tout point M à l'intérieur du solénoïde :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{e}_z}$$



13. Le champ magnétique créé en O par la bobine 1 vaut :

$$\vec{B}_1(O) = \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \vec{u}_X$$

et le champ magnétique créé en O par la bobine 2 vaut :

$$\vec{B}_2(O) = \mu_0 n I_0 \sin(\omega t) \vec{u}_Y$$

Le champ magnétique total, obtenu par superposition vaut donc :

$$\vec{B}(O) = \vec{B}_1(O) + \vec{B}_2(O) = \mu_0 n I_0 (\cos(\omega t) \vec{u}_X + \sin(\omega t) \vec{u}_Y) \Rightarrow \boxed{\vec{B}(O) = \mu_0 n I_0 \vec{u}_r}$$

où \vec{u}_r est le vecteur radial, dans le système de coordonnées polaires, tournant à la vitesse angulaire $\Omega_B = \omega$ dans le sens direct (sens + du schéma de l'énoncé). La norme du champ magnétique est bien constante et vaut :

$$\boxed{\|\vec{B}(O)\| = B_0 = \mu_0 n I_0}$$

14. La spire conductrice fermée subit une variation de flux magnétique à travers sa surface (à la condition que sa vitesse de rotation soit différente de celle du champ magnétique statorique). Un phénomène d'induction électromagnétique a donc lieu. Une force électromotrice induite apparaît, et donc un courant induit va circuler dans la spire. La spire est alors parcourue par un courant et soumise à un champ magnétique, donc des forces de Laplace apparaissent, d'où la mise en rotation de la spire.

15. D'après la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \left(B_0 a^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\Omega_B t - \Omega_m t)\right) \right) = -B_0 a^2 (\Omega_B - \Omega_m) \cos(\Omega_B t - \Omega_m t)$$

Avec les conventions d'orientation données par la figure de l'énoncé. La loi des mailles appliquée à la spire s'écrit :

$$e = R_e i \Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{B_0 a^2}{R_e} (\Omega_B - \Omega_m) \cos(\Omega_B t - \Omega_m t)}$$

16. Le couple appliqué à la spire, qui peut être vue comme un dipôle magnétique de moment $\vec{m} = i\vec{S}$, vaut alors :

$$\begin{aligned}\Gamma(t) &= (\vec{m} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_Z = -i(t)a^2 B_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\Omega_B t - \Omega_m t)\right) = -i(t)a^2 B_0 \cos(\Omega_B t - \Omega_m t) \\ &= \frac{a^4 B_0^2}{2R_e} (\Omega_B - \Omega_m) \cos^2(\Omega_B t - \Omega_m t)\end{aligned}$$

D'où le couple moteur moyen Γ_m par rapport à l'axe OZ, s'exerçant sur le rotor :

$$\Gamma_m = \frac{a^4 B_0^2}{2R_e} (\Omega_B - \Omega_m)$$

17. Le moteur étant initialement à l'arrêt ($\Omega_m = 0$), il faut que le couple moteur initial soit supérieur au couple résistant (par application implicite du théorème du moment cinétique) pour que le moteur puisse démarrer, c'est-à-dire :

$$\frac{a^4 B_0^2}{2R_e} \Omega_B > \Gamma_r$$

18. On suppose la condition précédente validée. En régime stationnaire :

$$\Gamma_m = \Gamma_r$$

ce qui fournit une vitesse de rotation du moteur :

$$\Omega_m = \Omega_B - \frac{2R_e \Gamma_r}{a^4 B_0^2}$$

Supposons qu'une perturbation provoque un petit ralentissement du moteur, alors Ω_m diminue, donc $\Omega_B - \Omega_m$ augmente, donc le couple moteur augmente, ce qui va permettre d'accélérer la rotation du moteur. Donc le point de fonctionnement est stable.

19. Dans le cas $\Omega_B < \Omega_m$, on a $\Gamma_m < 0$, autrement dit le moteur est en fonctionnement résistant, ce qui peut être utile pour freiner ou pour arrêter plus vite le rotor (principe du freinage par induction).

20. Commentaires possibles :

- Le modèle précédent correspond au modèle linéarisé pour la portion de courbe de pente négative, au voisinage de Ω_B .
- Le moteur est dit asynchrone, car si $\Omega_m = \Omega_B$, alors le couple moteur est nul. Il faut donc que la vitesse de rotation du champ magnétique soit différente de celle du rotor.
- Pour que le moteur puisse démarrer, il faut que $\Gamma_r < \Gamma_0$.
- Pour qu'il puisse exister un point de fonctionnement moteur, il faut que $\Gamma_r < \Gamma_{max}$.
- Pour $0 < \Omega_m < \Omega_B$, on a un fonctionnement moteur ($\Gamma_m > 0$), alors que pour $\Omega_m > \Omega_B$, on a un fonctionnement résistant (freinage).
- Avec le raisonnement de la question 18, en notant Ω_{max} la valeur de Ω_m où $\Gamma = \Gamma_m$, seule la partie $\Omega_{max} < \Omega_m < \Omega_B$ a des points de fonctionnement moteur stable.

Problème IIIa - Ondes ultrasonores

21. Il y a une boucle de rétroaction sur la borne inverseuse (-). Donc l'ALI fonctionne en régime linéaire. Comme $\varepsilon = 0$ et $i_- = 0$, en reconnaissant un diviseur de tension, on a :

$$u = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v \Rightarrow v(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times u(t)$$

22. En reconnaissant un diviseur de tension, il vient :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega} + R + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{3 + jRC\omega + \frac{1}{jRC\omega}}$$

d'où les coefficients inconnus :

$$\alpha = 3 \quad \beta = RC\omega$$

23. On relie B à A' et B' à A . Donc $v = e$ et $s = u$. Les relations des questions 21 et 22 deviennent :

$$\left(3 + jRC\omega + \frac{1}{jRC\omega}\right) s = e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) s$$

En développant et en repassant en notation réelle, il vient :

$$3s(t) + RC \frac{ds}{dt} + \frac{1}{RC} \int s dt = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) s$$

En dérivant par rapport au temps et en rassemblant tout dans le membre de gauche, on obtient bien :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{2 - \frac{R_2}{R_1}}{RC} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{R^2C^2} s = 0$$

Pour avoir le générateur souhaité, il faut que $s(t)$ oscille de manière stable, donc que l'équation précédente soit celle d'un oscillateur harmonique non amorti, donc que le coefficient d'amortissement soit nul, d'où :

$$\frac{R_2}{R_1} = 2$$

Et il faut que la fréquence propre de l'oscillateur soit celle voulue :

$$\frac{1}{RC} = 2\pi f_0$$

24. On dérive la 1ère équation par rapport à x et la 2nde par rapport à t et on élimine la dérivée partielle croisée $\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t}$. On aboutit alors à la célèbre équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \chi_s} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

et la célérité c des ondes ultrasonores correspond à :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}$$

25. A partir de l'équation d'état des gaz parfaits, on a :

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \mu_0 = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \simeq 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$$

26. L'air, gaz parfait, subit une transformation adiabatique réversible, d'où les lois de Laplace valides, comme :

$$PV^\gamma = K \Rightarrow V = K^{1/\gamma} P^{-1/\gamma} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial P} = K^{1/\gamma} \times \left(-\frac{1}{\gamma}\right) P^{-1/\gamma-1} = -\frac{1}{\gamma P} \times V$$

$$\Rightarrow \chi_s = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_s = \frac{1}{\gamma P} \simeq 7,1 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$$

27. On en déduit :

$$c \simeq 343 \text{ m/s}$$

28. On place les deux transducteurs en face, séparés d'une dizaine de cm le long de la règle graduée. On alimente un transducteur (jouant le rôle d'émetteur) avec le générateur délivrant $f = 40$ kHz alternatif sinusoïdal. On observe la tension aux bornes des deux transducteurs avec l'oscilloscope. On doit voir deux sinusoïdes a priori déphasées (et avec une amplitude moindre pour le signal du récepteur). Lorsqu'on déplace le récepteur le long de la règle, il y a certaines positions où les deux signaux sont en phase ; c'est lorsqu'ils sont séparés d'un nombre entier de longueur d'onde. En faisant plusieurs mesures, on peut faire un traitement statistique et mesurer la longueur d'onde λ des ondes ultrasonores. Enfin, avec la relation $c = \lambda \times f$, on en déduit c .

29. Il s'agit d'une mesure de distance par temps de vol. La durée τ pour que les ondes ultrasonores fassent un aller-retour vérifie :

$$c = \frac{2 \times d}{\tau} \Rightarrow d = \frac{c \times \tau}{2}$$

Cette durée τ s'évalue comme la durée séparant le début du signal émis et le début du signal reçu, soit environ $1,6 \cdot 10^{-3}$ s. D'où :

$$d = \frac{c \times \tau}{2} \simeq \frac{343 \times 1,6 \cdot 10^{-3}}{2} \simeq 2,7 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

30. Par amortissement acoustique et du fait de l'émission d'une onde ultrasonore sphérique, l'amplitude du signal reçu est plus faible que celui du signal émis. De plus, il est plus étalé dans le temps, à cause du phénomène de dispersion (la célérité des ondes dépend de la fréquence ; certes, on a un signal à 40 kHz, mais comme il est de durée finie, d'après l'analyse de Fourier, il possède une largeur spectrale non nulle). Enfin, les caractéristiques électriques des transducteurs interviennent également (effets capacitifs, résistifs, temps de réponse, ...) et vont contribuer à la déformation du signal reçu par rapport au signal émis. D'ailleurs, une subtilité est que le signal du haut est le signal électrique fourni à l'émetteur (donc délivré par le générateur de tension), qui est bien régulier, alors que le signal issu du récepteur a subi une conversion électrique / acoustique puis acoustique / électrique !

Problème IIIb - Informatique à l'hôpital

31. Une première possibilité :

```
def est_valide(numero):
    num13 = int(numero[:13])
    cle = int(numero[13:])
    return 97 - num13%97 == cle
```

Une alternative :

```
def est_valide(numero):
    chiffre = 97 - (int(numero[0:13])%97)
    if chiffre == int(numero[13:]):
        return True
    else:
        return False
```

32.

```
def est_vide(file_d_attente):
    return file_d_attente == []
```

```
def nouvel_arrivant(file_d_attente, NSS):
    file_d_attente.append(NSS)
```

```
def prise_en_charge(file_d_attente):
    return file_d_attente.pop(0)
```

33.

```
def insere_nouveau_patient(NSS, score_gravité,
                            age, file_de_priorité):
    # calcul du score du patient
    if age <= 6 or age >= 70:
        score = score_gravité + 5
    else:
        score = score_gravité
    # ajout direct si la file est vide
    if len(file_de_priorité) == 0:
        file_de_priorité.append([NSS, score])
    else:
        # incrémentation de +1 des scores
        # des autres patients qui attendent
        for i in range(len(file_de_priorité)):
            file_de_priorité[i][1] += 1
        # rech et insertion du patient
        # par comparaison avec le score
        # des autres patients dans la file
        for i in range(len(file_de_priorité)):
            if score > file_de_priorité[i][1]:
                file_de_priorité.insert(i, [NSS, score])
        return
    file_de_priorité.append([NSS, score])
```

```

34. H = [[0 for _ in range(P)] for _ in range(N)]
35. def repartit_les_patients(H, Q):
    for etage in range(N):
        for chbr in range(P):
            for k in range(2):
                if Q > 0:
                    H[etage][chbr] += 1
                    Q -= 1
                else:
                    return
36. def repartit_mieux_les_patients(H, Q):
    for k in range(2):
        for chbr in range(P):
            for etage in range(N):
                if Q > 0:
                    H[etage][chbr] += 1
                    Q -= 1
                else:
                    return
37. SELECT NomPatient FROM Patient
    ORDER BY Age
38. SELECT NomMedecin FROM Medecin
    JOIN Service ON Service.IdService = Medecin.IdServ
    WHERE Service.Etage = 2
39. SELECT Etage FROM Service
    JOIN Medecin ON Medecin.IdServ = Service.IdService
    JOIN PriseEnCharge ON PriseEnCharge.IdMed = Medecin.IdMedecin
    JOIN Patient ON Patient.NSS = PriseEnCharge.NSSPat
    WHERE Patient.NomPatient = "Dupont"
40. SELECT Medecin.NomMedecin, Service.Denomination FROM Medecin
    JOIN PriseEnCharge ON PriseEnCharge.IdMed = Medecin.IdMedecin
    JOIN Service ON Service.IdService = Medecin.IdServ
    GROUP BY PriseEnCharge.IdMed
    HAVING COUNT(NSSPat) >= 2

```

★

Code dossier

Nom

Pour répondre aux questions, merci de cocher la case de votre choix de la manière suivante :

Prénom

Centre

Date

EPREUVE DE FRANCAIS

Sélectionnez votre questionnaire A B

	A	B	C	D
Q1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q14	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q23	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q24	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q31	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q32	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q33	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q34	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q35	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q16	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q17	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q19	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q20	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q26	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q27	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q36	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q37	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q38	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q39	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q40	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Code dossier

Nom

Prénom

Centre

Pour répondre aux questions, merci de cocher la case de votre choix de la manière suivante :

Date

EPREUVE D'ANGLAIS

Sélectionnez votre questionnaire A B

	A	B	C	D
Q1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q13	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q24	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q25	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q31	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q32	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q33	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q34	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q35	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q10	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q16	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q17	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q18	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Q20	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q27	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q28	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q29	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	A	B	C	D
Q36	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q37	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q38	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q39	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Q40	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>